

ΔΟΜΕΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ & Η ΑΕΝΑΗ ΚΙΝΗΣΗ

Σύνοψη: Θα εξετάσουμε δομές που βρίσκονται σε ευσταθή ή μετασταθή ισορροπία και επομένως η ολική τους εσωτερική ενέργεια είναι είτε σε απόλυτο ή σε τοπικό ελάχιστο αντιστοίχως. Υπάρχουν όμως καταστάσεις που βρίσκονται σε ένα είδος δυναμικής ισορροπίας, όπως είναι τα ενεργά άστρα και οι βιολογικοί οργανισμοί. Η μελέτη των δομών της πρώτης κατηγορίας απαιτεί υπολογισμό της εσωτερικής ενέργειας που έχει δύο συνιστώσες, τη δυναμική και την κινητική. Μόνο η κβαντομηχανική (και όχι η κλασική φυσική) είναι σε θέση να υπολογίσει σωστά την εσωτερική κινητική ενέργεια έτσι ώστε να καταλήξουμε σε ισορροπία και επομένως σε ελάχιστο της ολικής εσωτερικής ενέργειας. Η κβαντομηχανική βασίζεται στο εμπειρικό γεγονός του κυματοσωματιδιακού δισμοίου και συνοψίζεται σε τρεις βασικές αρχές, του Heisenberg, του Pauli και του Schrodinger.

3.1 ΔΟΜΕΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

Είδαμε ήδη ότι τρία κουάρκ διαφορετικού χρώματος δύο πάνω και ένα κάτω συνδυάζονται και δημιουργούν ένα σύνθετο σωματίδιο, το **πρωτόνιο**. Το πρωτόνιο είναι σταθερό, πράγμα που σημαίνει ότι, αν δεν υπάρξει ισχυρή εξωτερική παρέμβαση, ζει για πάντα παραμένοντας αναλλοίωτο.

Είδαμε επίσης ότι τρία κουάρκ διαφορετικού χρώματος δύο κάτω και ένα πάνω συνδυάζονται και δημιουργούν ένα άλλο σύνθετο σωματίδιο, το **νετρόνιο**. Το νετρόνιο, σε αντίθεση με το πρωτόνιο, δεν είναι σταθερό, είναι μετασταθές, πράγμα που σημαίνει ότι όντας απομονωμένο και χωρίς καμία εξωτερική παρέμβαση δεν ζει παρά λίγα λεπτά της ώρας. Πιο συγκεκριμένα το πείραμα δείχνει ότι, αν κάποια χρονική στιγμή έχουμε π.χ. 10,000 απομονωμένα νετρόνια, μετά από 10,2 λεπτά της ώρας θα μας έχουν μείνει περίπου 5,000, μετά από άλλα 10,2 λεπτά θα μας έχουν μείνει περίπου 2,500, μετά από άλλα 10,2 λεπτά, θα μας έχουν μείνει περίπου 1,250, κ.ο.κ. Αυτό είναι ένα παράδειγμα μετασταθούς δομής που έχει χρόνο υποδιπλασιασμού 10,2 λεπτά της ώρας.

Είδαμε ακόμη γιατί το μεν πρωτόνιο ζει για πάντα, ενώ το νετρόνιο για μόνο 10,2 λεπτά κατά μέσον όρο. Πράγματι, διαπιστώσαμε ότι αυτή η θεμελιώδης διαφορά είναι θέμα ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα, αν και οι ασθενείς δυνάμεις είναι ικανές να επιτρέψουν και τις δύο παρακάτω αντιδράσεις,

απομονωμένο νετρόνιο → πρωτόνιο+ηλεκτρόνιο+αντινεutrino (1)

απομονωμένο πρωτόνιο → νετρόνιο+ποζιτρόνιο+νεutrino, (2)

μόνο η πρώτη αντίδραση ικανοποιεί τη διατήρηση της ενέργειας με την έννοια που εξηγήσαμε στο κεφάλαιο 2· η δεύτερη δεν την ικανοποιεί και έτσι δεν μπορεί να λάβει χώρα.

Υπό άλλες συνθήκες (π.χ. αν λείπει η λέξη *απομονωμένο*) θα ήταν άραγε δυνατόν η πρώτη αντίδραση να μην ικανοποιεί τη διατήρηση της ενέργειας και επομένως το νετρόνιο να ζει για πάντα; Ή η δεύτερη εξίσωση να ικανοποιεί τη διατήρηση της ενέργειας και το πρωτόνιο να γίνει θνητό; Θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο ότι υπάρχουν κατάλληλες συνθήκες όπου το νετρόνιο γίνεται αθάνατο.

Οι δυο διαφορετικές συμπεριφορές που εμφανίστηκαν στα απλούστατα παραδείγματα –αυτά του απομονωμένου πρωτονίου και του απομονωμένου νετρονίου- θα τα συναντήσουμε και σε πιο περίπλοκα συστήματα μέχρι και σε μακροσκοπικά συγκροτήματα της ανθρώπινης κλίμακας ή και πολύ μεγαλύτερης. Γι' αυτό είναι σκόπιμο να κρατήσουμε στη μνήμη μας αυτές τις δύο διαφορετικές συμπεριφορές, ότι δηλαδή υπάρχουν απομονωμένα σύνθετα συστήματα

(α) που είναι σταθερά, που παραμένουν δηλαδή αναλλοίωτα για πάντα, όσο δεν τους ασκούνται *επαρκούς ισχύος* εξωτερικές παρεμβάσεις. Για τη διευκρίνιση του προσδιορισμού *επαρκούς ισχύος* θα επανέλθουμε αργότερα. Για συστήματα αυτής της κατηγορίας συμπεριφοράς, χρησιμοποιούμε τον τεχνικό όρο σύστημα σε *ευσταθή ισορροπία* ή σε *θερμοδυναμική ισορροπία*¹.

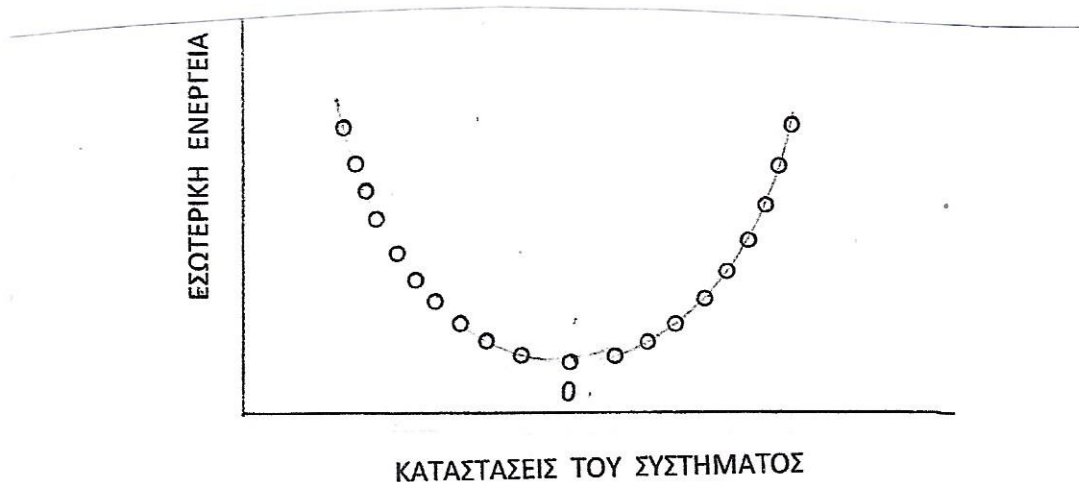
Υπάρχουν επίσης απομονωμένα συστήματα του τύπου

(β) που χωρίς να τους ασκηθεί κανενός είδους εξωτερική παρέμβαση αλλάζουν από μόνα τους σε κάτι διαφορετικό έπειτα από κάποιο χρονικό διάστημα. Λέμε τότε ότι το σύστημα βρίσκεται σε *μετασταθή ισορροπία*. Η μετασταθής ισορροπία είναι αρκετά συχνό φαινόμενο μεταξύ των ατομικών πυρήνων· μάλιστα όσους από αυτούς είναι μετασταθείς τους ονομάζουμε ραδιενεργούς. Η μετασταθής ισορροπία εμφανίζεται όλο και πιο σπάνια όσο το σύστημα γίνεται όλο και πιο μεγάλο (όσο δηλαδή γίνεται όλο και πιο τεράστιος ο αριθμός των σωματιδίων από τα οποία αποτελείται).

Η εμφάνιση των δύο αυτών ειδών ισορροπίας της ύλης (είτε της ευσταθούς είτε της μετασταθούς) μπορεί να γίνει κατανοητή και να μελετηθεί ακόμη και σε ποσοτικό επίπεδο με βάση μια μόνη έννοια. Ποια είναι αυτή η έννοια που αποτελεί το βασικό ερμηνευτικό εργαλείο για ό,τι θα ακολουθήσει; Είναι η έννοια της εσωτερικής ενέργειας που ήδη χρησιμοποιήσαμε για να εξηγήσουμε γιατί το

¹ Ο όρος αυτός χρησιμοποιείται για μακροσκοπικά συστήματα, δηλαδή για συστήματα που αποτελούνται από ένα τεράστιο αριθμό σωματιδίων τέτοιο ώστε να καθίσταται αναγκαία η θερμοδυναμική περιγραφή.

απομονωμένο πρωτόνιο είναι αθάνατο, ενώ το νετρόνιο είναι θνητό με χρόνο ζωής μερικά λεπτά. Στο Σχ. 3.1 διευκρινίζεται το πώς συνδέεται η κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας της ύλης με την έννοια της ενέργειας.



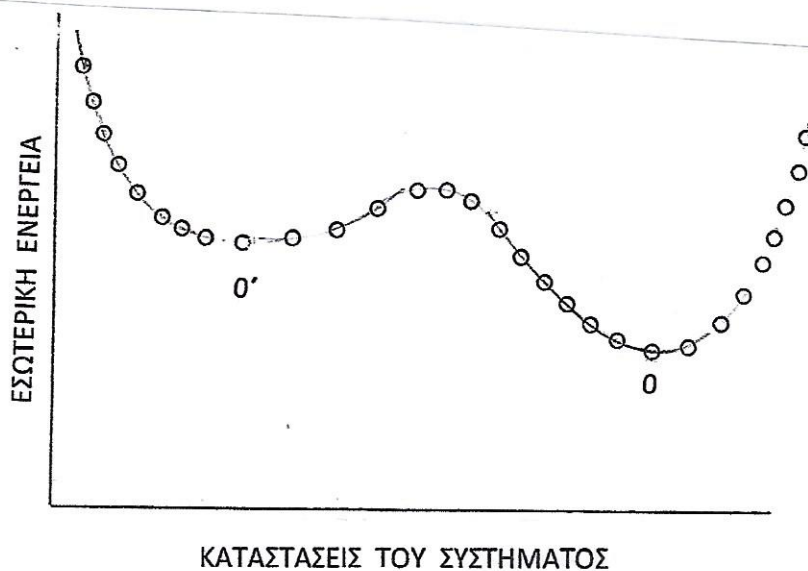
Σχ. 3.1 Οι κυκλίσκοι παριστούν τις ενδεχόμενες καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί ένα σύστημα υλικών σωματιδίων (μικροσκοπικό ή μακροσκοπικό) υπό την επίδραση όλων των μεταξύ τους δυνάμεων· στον κατακόρυφο άξονα αντιστοιχεί η ενέργεια ηρεμίας κάθε μιας τέτοιας ενδεχόμενης κατάστασης.

Για να ορίσουμε την ενέργεια ηρεμίας ενός σύνθετου συστήματος θεωρούμε ότι το σύστημα ούτε μετακινείται ούτε περιστρέφεται ως σύνολο (με άλλα λόγια θεωρούμε ότι το κοινώς λεγόμενο κέντρο «βάρους» του είναι ακίνητο και ότι δεν υπάρχει συνολική περιστροφή προκειμένου για μακροσκοπικά συστήματα). Αυτό όμως δεν σημαίνει σε καμία περίπτωση ότι το κάθε σωματίδιο που είναι συστατικό του συστήματος (ηλεκτρόνιο, πρωτόνιο, νετρόνιο) είναι ακίνητο· αντίθετα, όπως θα δούμε λίγο αργότερα, όλα αυτά τα σωματίδια κινούνται ακατάπαυστα και λόγω της κίνησής τους αυτής έχουν κινητική ενέργεια που προστίθεται στη δυναμική ενέργεια μεταξύ των σωματιδίων. Το άθροισμα των δύο αυτών ενεργειών, κινητικής και δυναμικής των σωματιδίων, αποτελεί την ενέργεια ηρεμίας του συστήματος η οποία στη βιβλιογραφία αναφέρεται συνήθως με τον εναλλακτικό αλλά ισοδύναμο όρο *εσωτερική ενέργεια*.

Είναι φανερό ότι, αν το σύστημα βρεθεί στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας που αντιστοιχεί στον κυκλίσκο με την ένδειξη 0 του Σχ. 3.1, θα μείνει εκεί για πάντα, θα είναι δηλαδή σε ευσταθή ισορροπία· πράγματι, για να μεταβεί το σύστημα σε οποιαδήποτε άλλη εφικτή κατάστασή του χωρίς εξωτερική παρέμβαση θα πρέπει να αυξήσει την εσωτερική του ενέργεια δημιουργώντας ενέργεια από το μηδέν πράγμα που φυσικά δεν μπορεί να γίνει γιατί θα παραβίαζε το βασικό νόμο της διατήρησης της ενέργειας. Αλλά και αντίστροφα, αν θέλουμε να βρούμε πότε ένα σύστημα σωματιδίων θα βρεθεί σε ευσταθή ισορροπία, δεν έχουμε παρά να υπολογίσουμε ποια από όλες τις εφικτές καταστάσεις του έχει την ελάχιστη εσωτερική ενέργεια. Ας τονίσουμε ακόμη ότι η κατάσταση ελάχιστης ενέργειας είναι συνήθως αυτή που θα εμφανιστεί στην πραγματικότητα· ο λόγος είναι ο εξής; αν ένα σύνθετο σύστημα βρεθεί σε κάποια κατάσταση διαφορετική από την 0 του Σχ. 3.1 είναι πολύ πιθανό (όχι όμως βέβαιο) ότι θα βρει κάποιο τρόπο να ξεφορτωθεί την περίσσεια ενέργεια του και να καταλήξει στην 0, δηλαδή στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας. Επίσης και κάθε επί μέρους ιδιότητα ενός συστήματος που βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας του, είναι συνέπεια της ελαχιστοποίησης της ενέργειάς του. Ως παράδειγμα αναφέρουμε το ερώτημα γιατί π.χ. η Γη έχει σχήμα σφαιρικό (θεωρώντας

ότι είναι σε ευσταθή ισορροπία ως προς αυτήν την ιδιότητα). Η απάντηση οφείλει να ξεκινήσει ως εξής: Γιατί αυτό το σχήμα της Γης ελαχιστοποιεί την εσωτερική της ενέργεια και αυτό συμβαίνει επειδή ... (φυσικά στη συνέχεια θα πρέπει να συμπληρωθεί το επειδή).

Στο Σχ. 3.2 απεικονίζεται η περίπτωση που αντιστοιχεί στην κατάσταση μετασταθούς ισορροπίας. Εδώ έχουμε δύο εφικτές καταστάσεις που η μία, σημειωμένη ως $0'$, αντιστοιχεί σε τοπικό αλλά όχι απόλυτο ελάχιστο και η άλλη, σημειωμένη ως 0 , συνδέεται με το απόλυτο ελάχιστο. Μεταξύ των δύο αυτών καταστάσεων παρεμβάλλονται άλλες που έχουν μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια και από τις δύο. Αυτές οι ενδιάμεσες καταστάσεις δρουν ως ένα ενεργειακό φράγμα που εμποδίζει τη μετάβαση από την κατάσταση $0'$ στην κατάσταση 0 : ο λόγος είναι ότι, κατά τη διάρκεια αυτής της πορείας, θα χρειαστεί να δημιουργηθεί ενέργεια από το μηδέν, πράγμα αδύνατον; Μήπως όμως στην περίπτωση αυτή δεν είναι αδύνατον, αφού η παραβίαση της διατήρησης της ενέργειας συμβαίνει μόνο στο χρονικό διάστημα της μετάβασης και όχι για πάντα; Είδαμε στο 2^ο κεφάλαιο ότι κατά τη 2^η εκδοχή της αντίδρασης, {νετρόνιο προς πρωτόνιο συν ηλεκτρόνιο συν αντινετρόνιο}, η διατήρηση της ενέργειας μπορεί να παραβιασθεί προσωρινά εφόσον αποκατασταθεί τελικά. Άρα και στην περίπτωση του ενεργειακού φράγματος του Σχ. 3.2 η μετάβαση $0'$ προς 0 είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον σε κάποιες περιπτώσεις, αφού **τελικά** ικανοποιείται η διατήρηση της ενέργειας (η διαφορά (Ενέργεια της $0'$ μείον Ενέργεια της 0) έχει μετατραπεί σε έξτρα κινητική ενέργεια). Φυσικά, όσο υψηλότερο και φαρδύτερο είναι το ενεργειακό φράγμα, τόσο πιο δύσκολη η υπέρβασή του· πολύ υψηλό και φαρδύ φράγμα εμφανίζεται συνήθως σε μετασταθή συστήματα που αποτελούνται από ένα μεγάλο αριθμό στοιχειωδών σωματιδίων. Γι' αυτό το λόγο η μετάβαση από το $0'$ στο 0 σε μακροσκοπικά συστήματα είναι συνήθως ανέφικτη ή πολύ σπάνια.



Σχ. 3.2 Όπως στο Σχ.3.1 αλλά για την περίπτωση της μετασταθούς ισορροπίας (κατάσταση που αντιστοιχεί στο σημείο $0'$). Η μετάβαση από την $0'$ στην κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας, 0 , εμποδίζεται (όχι όμως σε όλες τις περιπτώσεις) από το ενεργειακό φράγμα καταστάσεων μεγαλύτερης ενέργειας οι οποίες παρεμβάλλονται μεταξύ της $0'$ και της 0 .

Μέχρι τώρα αναφέραμε περιπτώσεις ισορροπίας, είτε ευσταθούς είτε μετασταθούς, ή ύπαρξη των οποίων συνδέεται με την ελαχιστοποίηση της εσωτερικής ενέργειας. Υπάρχει όμως και ένα τρίτο είδος «ισορροπίας» που η ύπαρξή του δεν έχει καμία σχέση με την ελαχιστοποίηση της εσωτερικής ενέργειας. Το διαφορετικό αυτό είδος «ισορροπίας» δεν εμφανίζεται όταν ο αριθμός των στοιχειωδών σωματιδίων που συναποτελούν ένα σύστημα είναι αρκετά μικρός. Χρειάζεται να ξεπερασθεί κάποιο όριο μεγέθους για να γίνει εφικτή η εμφάνιση συστημάτων που επιδεικνύουν αυτό το νέο, αναπάντεχο είδος «ισορροπίας» που θα την ονομάσουμε **δυναμική ισορροπία**.

Στην απλούστερη μορφή μιας τέτοιας «ισορροπίας» βρίσκεται ο Ήλιος (όπως και κάθε άλλο ενεργό αστέρι). Τα βασικά του χαρακτηριστικά (η ακτίνα του, η μάζα του, η θερμοκρασία στην επιφάνεια και στο κέντρο του, η πίεση στο κέντρο του, η γένεση και η εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, η εκπομπή σωματιδίων από την επιφάνεια του κλπ) διατηρούνται λίγο-πολύ για μεγάλο χρονικό διάστημα (δισεκατομμύρια χρόνια, αλλά όχι για πάντα), παρόλο που συνεχώς υφίσταται μύριες όσες μικροαλλαγές που κατά κάποιο τρόπο δεν συμβιβάζονται με την έννοια του αναλλοίωτου που συνδέεται με την έννοια της ισορροπίας. Έχουμε δηλαδή μια μερική ισορροπία όπου κάποια χαρακτηριστικά φαίνονται να μένουν σταθερά, ενώ άλλα αλλάζουν συνεχώς. Όμως, και αυτή η μερική ισορροπία έχει ένα προδιαγεγραμμένο τέλος, θα τερματισθεί ριζικά και ανεπίστρεπτα όταν περίπου εξαντληθούν τα πρωτόνια στην κεντρική του περιοχή. Τα πρωτόνια αυτά εξαντλούνται γιατί συντήκονται μέσω μιας σειράς αντιδράσεων προς πυρήνες ηλίου (που ο καθένας τους αποτελείται από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια) εκλύοντας τεράστια ποσά ενέργειας που τροφοδοτούν όλη αυτή τη δυναμική διαδικασία.

Η δυναμική ισορροπία του Ήλιου, που οφείλεται στην αφθονία των πρωτονίων στο Σύμπαν και στην δύναμη της βαρύτητας που είναι σε θέση να συμπυκνώσει ένα τεράστιο αριθμό πρωτονίων και νετρονίων (περίπου 1 ακολουθούμενο από 68 μηδενικά), είναι ένα πολύ συνηθισμένο φαινόμενο στον Κόσμο, όπως μαρτυρούν τα δισεκατομμύρια δισεκατομμυρίων ενεργών άστρων στο Σύμπαν.

Αυτό που δεν ξέρουμε αν είναι συνηθισμένο και που πολύ δύσκολα θα φανταζόταν κανείς την ύπαρξή του, είναι μια άλλου είδους δυναμική ισορροπία που δεν την έχουμε διαπιστώσει πουθενά αλλού στο Σύμπαν εκτός από τη Γη. Ποια είναι αυτή η αναπάντεχη δυναμική ισορροπία; Είναι η αυτοοργάνωση της ύλης στη ζώσα μορφή της. Απαραίτητη, αλλά φυσικά όχι και ικανή, προϋπόθεση για το φαινόμενο της ζωής είναι η συγκέντρωση στο ίδιο χώρο ενός *μίνιμουμ* αριθμού ατόμων (δηλαδή πυρήνων και ηλεκτρονίων) της τάξεως τουλάχιστον κάμποσων τρισεκατομμυρίων, πράγμα που επιτυγχάνεται χάρη στις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Αυτή η ύλη στην έμβια μορφή της εμφανίζεται σε μια απίστευτα τεράστια ποικιλία σχηματισμών ξεκινώντας από μονοκύτταρους οργανισμούς διατρέχοντας το φυτικό και το ζωικό βασίλειο και φτάνοντας μέχρι την κορωνίδα της εξελικτικής πορείας, δηλαδή τον χόμο σάπιενς και τις ανθρώπινες κοινωνίες. Το κάθε άτομο οποιουδήποτε έμβιου είδους, π.χ. ένας συγκεκριμένος σκύλος, διατηρεί τα βασικά του χαρακτηριστικά για κάποιο χρονικό διάστημα πράγμα που δικαιολογεί τον όρο ισορροπία. Είναι όμως μια δυναμική ισορροπία του κάθε ατόμου γιατί η διατήρησή της για όσο διάστημα διαρκεί απαιτεί τη συνεχή ροή εξωτερικής ύλης καθώς και πολλών άλλων παραγόντων και συνθηκών που

ποικίλουν κατά περίπτωση. Ο χρόνος ζωής του κάθε ατόμου (π.χ. 80 έτη για έναν άνθρωπο) δεν είναι το μόνο χρονικό διάστημα που χαρακτηρίζει αυτή τη θαυμαστή δυναμική ισορροπία. Αφού το άτομο ή τα άτομα δημιουργούν αντίγραφα του εαυτού τους, δηλαδή απογόνους, το κάθε είδος διατηρείται για πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα (π.χ. το είδος χόμο σάπιενς έχει ήδη συμπληρώσει μερικές εκατοντάδες χιλιάδες χρόνια παρουσίας στη Γη και δεν φαίνεται να επίκειται η εξαφάνισή του). Αν δε θεωρήσουμε συνολικά το όλο φαινόμενο αυτής της δυναμικής ισορροπίας της ύλης που την ονομάζουμε έμβια, τότε διαπιστώνουμε ότι υπάρχει μια ακόμη μεγαλύτερη χρονική διάρκεια παρουσίας της: Πράγματι, έμβια ύλη στη Γη υφίσταται για μερικά δισεκατομμύρια χρόνια, και όχι μόνο υφίσταται αλλά φαίνεται ότι εξελίσσεται *συνολικά* προς όλο και πιο μεγάλη περιπλοκότητα, φαίνεται δηλαδή να ακολουθεί μια πορεία αντιδιαμετρικά αντίθετη² από αυτή που θα οδηγούσε στον συνολικό αφανισμό της, παρόλη την επί μέρους εξαφάνιση ειδών.

Το πώς ξεκίνησε το φαινόμενο της ζωής δεν έχει απαντηθεί, παρόλο που έχουν προταθεί πολλές εύλογες εικασίες. Έχουν επίσης ερευνηθεί πολλές συνθήκες που φαίνονται απαραίτητες για τη διατήρηση και την εξέλιξη της έμβιας ύλης. Μεταξύ αυτών θα αναφέρουμε ότι η ζωή δεν μπορεί να εμφανισθεί και να εξελιχθεί σε ένα κλειστό πλήρως απομονωμένο περιβάλλον. Αντίθετα χρειάζεται ένα ανοικτό περιβάλλον που να υπόκειται σε συνεχή εισροή και εκροή εξωτερικής ενέργειας, όπου η μεν πρώτη να είναι υψηλής θερμοκρασίας, η δε δεύτερη χαμηλής θερμοκρασίας. Στη Γη αυτή η συνθήκη ικανοποιείται από τα εισερχόμενα φωτόνια υψηλής μέσης θερμοκρασίας (περίπου 5500 °C) τα προερχόμενα από τον Ήλιο και τα εξερχόμενα φωτόνια χαμηλής θερμοκρασίας (περίπου 0 °C) που εκπέμπει η Γη.

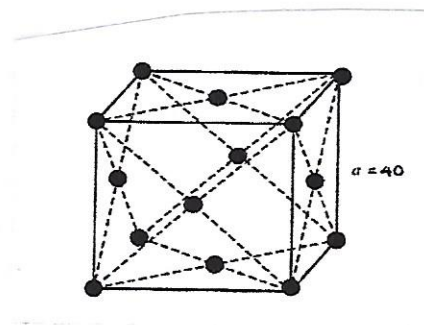
Στο βιβλίο αυτό δεν θα ασχοληθούμε με την δυναμική ισορροπία που εμφανίζει η έμβια ύλη, παρόλο που αποτελεί την πιο ενδιαφέρουσα, την πιο περίπλοκη και κατά συνέπεια και την πιο δύσκολη για μελέτη δομή της ύλης. Ο λόγος είναι ότι η έμβια ύλη δεν προσφέρεται για μια γενική και συνάμα απλή κατανόηση όπως η άβια ύλη σε ισορροπία με την οποία θα ασχοληθούμε.

3.2 Η ΑΕΝΑΗ ΚΙΝΗΣΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΠΟΥ ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΥΝ ΣΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΔΟΜΕΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

Θα πρέπει να γίνει σαφές από την αρχή ότι η Κλασική Μηχανική –το νοητικό σχήμα που είναι τόσο επιτυχές για την κατανόηση των μακροσκοπικών κινήσεων- είναι απολύτως ανεπαρκές για να εξηγήσει και να κάνει κατανοητές τις *ιδιότητες* των διαφόρων δομών της ύλης είτε μικροσκοπικών είτε μακροσκοπικών. Αντίθετα η λεγόμενη Κβαντική Μηχανική (ΚβΜ για συντομία) ανταποκρίνεται σε αυτό το δύσκολο και απαιτητικό καθήκον με εξαίρετη και απρόσμενη επιτυχία ακόμη και σε ποσοτικό επίπεδο τουλάχιστον για δομές (είτε μικροσκοπικές είτε μακροσκοπικές) ευσταθούς ή μετασταθούς ισορροπίας.

²Η βιολογική εξέλιξη ακολουθεί αυτή την πορεία της «στα τυφλά» χωρίς προδιαγεγραμμένο σκοπό· πρόσφατα όμως οι ανθρώπινες κοινωνίες με τους διάφορους στόχους που θέτουν έχουν αποκτήσει την ισχύ να επηρεάσουν αυτή την πορεία με απρόβλεπτο μακροχρόνιο αποτέλεσμα.

Ένα παράδειγμα θα αποσαφηνίσει την εντυπωσιακή επιτυχία της ΚβΜ στην πρόβλεψη ιδιοτήτων της ύλης σε ισορροπία και την αντίστοιχη πλήρη αποτυχία της Κλασικής Μηχανικής. Ας εξετάσουμε ένα αλουμινένιο κουτάλι της σούπας, που βρίσκεται στην κουζίνα μας. Μπορούμε εύκολα να μετρήσουμε το βάρος του (δηλαδή τη μάζα του, που είναι περίπου 40 γραμμάρια), αλλά και τον όγκο του (μετρώντας τον όγκο του νερού που εκτοπίζει) που είναι περίπου 14,8 κυβικά εκατοστά. Διαιρώντας τα δύο αυτά ποσά βρίσκουμε την πυκνότητα (άλλως ειδικό βάρος) του αλουμινίου που προκύπτει 2,7 φορές μεγαλύτερη από αυτήν του νερού, η οποία είναι 1 γραμμάριο/κυβικό εκατοστό. Για να υπολογίσουμε θεωρητικά την πυκνότητα του αλουμινίου (όπως και κάθε άλλου στερεού), θεωρώντας ότι γνωρίζουμε τη μάζα του ατόμου του, χρειάζεται να υπολογίσουμε θεωρητικά τον όγκο που αντιστοιχεί σε κάθε άτομο, οπότε η πυκνότητα θα προκύψει ως το πηλίκον (μάζα του ατόμου)/(όγκο ανά άτομο). Ο υπολογισμός αυτού του όγκου απαιτεί να προσδιορίσουμε το πώς τοποθετούνται τα άτομα στο χώρο ώστε να συγκροτήσουν το στερεό και το ποιες είναι οι αποστάσεις μεταξύ ατόμων. Ο ΚβΜ υπολογισμός εξετάζει διάφορους τρόπους τοποθέτησης των ατόμων στο χώρο και για κάθε ένα από αυτούς είναι σε θέση να υπολογίσει την εσωτερική ενέργεια του στερεού ως συνάρτηση της απόστασης μεταξύ των ατόμων του. Εκείνος ο τρόπος τοποθέτησης και εκείνη η απόσταση που αντιστοιχεί στην ελάχιστη εσωτερική ενέργεια είναι η κατάσταση όπου το στερεό θα ισορροπήσει, είναι δηλαδή η κατάσταση που θα πραγματοποιηθεί στη φύση. Για το στερεό αλουμίνιο ο ΚβΜ θεωρητικός υπολογισμός προβλέπει την περιοδική δομή των ατόμων στο χώρο που εικονίζεται στο Σχ.3.3



Σχ.3.3 Η τοποθέτηση των ατόμων (μαύρες κουκίδες) του αλουμινίου στο χώρο προκειμένου να συγκροτήσουν το στερεό αλουμίνιο είναι περιοδική. Εικονίζεται η κυβική μονάδα της και οι διαστάσεις της που εξασφαλίζουν την ελάχιστη εσωτερική ενέργεια, άρα και την ευσταθή ισορροπία, άρα και την πρόβλεψη για τις πραγματικές ιδιότητες του στερεού αλουμινίου. Το μέγεθος της ακμής του κύβου προκύπτει από τον ΚβΜ υπολογισμό 40 δισεκατομμυριοστά του εκατοστού. Τα γειτονικά άτομα περίπου εφάπτονται μεταξύ τους, άρα το μέγεθος τους είναι πολύ μεγαλύτερο των εικονιζομένων κουκίδων, που σχεδιάστηκαν μικρές για να είναι εμφανείς οι θέσεις τους στο χώρο

Ο θεωρητικός ΚβΜ υπολογισμός, που απέβλεπε στην εύρεση της κατάστασης με την ελάχιστη ενέργεια, οδήγησε σε δύο προβλέψεις: (α) ότι η χωρική δομή των ατόμων στο στερεό αλουμίνιο είναι η εικονιζόμενη στο Σχ. 3.3 και (β) ότι η πυκνότητα του στερεού αλουμινίου, με βάση το μήκος της ακμής του κύβου που προέκυψε, είναι $2,8 \text{ gr/cm}^3$. Το πείραμα επιβεβαιώνει την πρώτη πρόβλεψη και δείχνει μια απόκλιση μικρότερη του 4% για τη δεύτερη (απόκλιση που οφείλεται σε μια σειρά προσεγγίσεων).

Αν είχαμε περιορισθεί στην Κλασική Μηχανική όχι μόνο θα ήταν αδύνατο να υπολογίσουμε την εσωτερική ενέργεια, αλλά ούτε καν άτομα θα μας είχαν απομείνει! Πράγματι, σύμφωνα με την κλασική αντίληψη, τα ηλεκτρόνια κινούμενα γύρω από τον πυρήνα θα εξέπεμπαν ηλεκτρομαγνητικά κύματα, άρα η ενέργειά τους θα μειωνόταν συνεχώς και θα κατέληγαν σε κλάσμα του δισεκατομμυριοστού του δευτερολέπτου πάνω στον πυρήνα. Επομένως, αν είχαμε δεχτεί την κλασική εικόνα, ούτε το αλουμινένιο κουτάλι της σούπας θα μας είχε απομείνει, ούτε τίποτε άλλο, ούτε και εμείς οι ίδιοι θα υπήρχαμε!

Γιατί απέτυχε τόσο παταγωδώς η Κλασική Μηχανική; Η απάντηση είναι μάλλον προφανής. Είδαμε στο 2^ο κεφάλαιο ότι οι δυνάμεις είναι είτε καθαρά ελκτικές, όπως οι βαρυτικές και οι ισχυρές, είτε κατά μέσο όρο ελκτικές, όπως σχεδόν πάντα οι ηλεκτρομαγνητικές, πράγμα που σημαίνει ότι η συνολική δυναμική ενέργεια ενός σύνθετου συστήματος είναι αρνητική και γίνεται όλο και πιο αρνητική όσο το σύστημα συρρικνώνεται. Όσο δε το σύστημα συρρικνώνεται τόσο πιο μεγάλες γίνονται οι συμπιεστικές δυνάμεις. Επομένως η συνολική δυναμική ενέργεια από μόνη της δεν έχει ελάχιστο (αφού γίνεται συνεχώς όλο και πιο αρνητική) και τείνει να οδηγήσει το όποιο σύστημα σε ατέρμονη συμπίεση και σε τελική «εξαφάνιση», όπως συμβαίνει στις μαύρες τρύπες. Για να αποφευχθεί αυτή η συμπιεστική κατάρρευση, για να υπάρξει τελικά ισορροπία, για να υπάρξει δηλαδή ελάχιστο της ενέργειας θα πρέπει να προστεθεί στη δυναμική ενέργεια ένας θετικός όρος (ώστε να εναντιώνεται στη συμπίεση των δυνάμεων) κατάλληλου μεγέθους. Προφανώς ένας τέτοιος όρος μπορεί να είναι η κινητική ενέργεια των σωματιδίων του συστήματος που είναι πάντα θετική. Όμως δεν αρκεί μόνο η δυνατότητα ύπαρξης κινητικής ενέργειας. Θα πρέπει το μέγεθος της να προσαρμόζεται αυτόματα στο μέγεθος της δυναμικής ενέργειας για κάθε σύστημα ανεξάρτητα συστάσεως, αριθμού σωματιδίων κλπ. ώστε να εξασφαλίζεται η ύπαρξη ελάχιστου και μάλιστα τέτοιου που π.χ. η πυκνότητα του αλουμινίου να προκύπτει περίπου $2,8 \text{ gr/cm}^3$ είτε πρόκειται για το αλουμινένιο κουτάλι, είτε για την αλουμινένια κατσαρόλα, είτε για το αλουμινένιο τηγάνι. Η Κλασική Μηχανική δεν παρέχει ένα μηχανισμό αυτόματης σύνδεσης δυναμικής και κινητικής ενέργειας των σωματιδίων που συγκροτούν το όποιο σύστημα και κατά συνέπεια είναι απολύτως ανεπαρκής στο να ερμηνεύσει τις ιδιότητες οποιουδήποτε συστήματος.

Πώς όμως τα καταφέρνει η ΚβΜ σ' αυτή την τόσο δύσκολη πρόκληση; Ας αρχίσουμε με το ποιος είναι οι αφετηρίες της. Είδαμε στο 1^ο κεφάλαιο ότι το **ηλεκτρομαγνητικό κύμα** αποτελείται από αδιαίρετα στοιχειώδη **σωματίδια**, τα αποκαλούμενα φωτόνια. Όμως από κλασική άποψη το στοιχειώδες σωματίδιο και το κύμα έχουν αντιφατικές ιδιότητες: Το μεν πρώτο είναι αδιαίρετο και ακολουθεί στην κίνηση του μια τροχιά. Το δε δεύτερο είναι άπειρα διαιρετό και οδεύει απλωμένο σε όλο το διαθέσιμο χώρο. Ποια είναι λοιπόν τα χαρακτηριστικά του φωτονίου; Τα πρώτα ή τα δεύτερα; Ούτε τα μεν ούτε τα δε, αλλά ένα μίγμα των δύο: Το φωτόνιο είναι αδιαίρετο (σωματιδιακή ιδιότητα) όμως δεν ακολουθεί τροχιά, αλλά οδεύει ως να ήταν κύμα (κυματική ιδιότητα). Επομένως, λόγω του μικτού χαρακτήρα του (έχει

εν μέρει ιδιότητες κύματος και εν μέρει ιδιότητες σωματιδίου που διαπιστώθηκαν πειραματικά πάμπολλες φορές) είναι λογικό να του αποδίδουμε το όνομα **κυματοσωματίδιο**. Στη συνέχεια διαπιστώθηκε πειραματικά ότι και το ηλεκτρόνιο καθώς και όλα τα μικροσκοπικά σωματίδια ύλης στοιχειώδη ή σύνθετα έχουν αυτόν το μικτό χαρακτήρα, είναι δηλαδή και αυτά κυματοσωματίδια. Τελικά τα πάντα, μικροσκοπικά σωματίδια ύλης ή κβάντα, είναι κυματοσωματίδια. Αυτή η διαπίστωση συνιστά αυτό που έχει ονομασθεί κυματοσωματιδιακός δυισμός και έχει οδηγήσει στη δραστική αναδόμηση της κλασικής φυσικής και στη δημιουργία της ΚβΜ.

Το επαναστατικά νέο που εισάγει η ΚβΜ μπορεί να συνοψισθεί στις ακόλουθες τρεις βασικές αρχές που αποτελούν και την ειδοποιό διαφορά από την κλασική φυσική:

1. Αρχή του Heisenberg (αρχή απροσδιοριστίας)
2. Αρχή του Pauli (απαγορευτική αρχή)
3. Αρχή του Schrodinger (αρχή της διακριτότητας)

Το φυσικό περιεχόμενο της αρχής του Heisenberg είναι το εξής:

Αν ένα μικροσκοπικό σωματίδιο βρεθεί περιορισμένο στο εσωτερικό μιας περιοχής όγκου V , τότε είναι αδύνατο να μείνει ακίνητο· θα κινείται ακατάπαυστα πίσω-μπρος, πάνω-κάτω, αριστερά-δεξιά, προς κάθε κατεύθυνση (και προς την αντίθετή της)· το μέγεθος της ταχύτητας κίνησής του θα είναι τόσο πιο μεγάλο όσο πιο μικρός είναι ο όγκος V (εντός του οποίου περιορίζεται) και όσο πιο μικρή είναι η μάζα ηρεμίας του^{3,4}.

³Η ποσοτική διατύπωση της αρχής του Heisenberg συμπυκνώνεται στον ακόλουθο τύπο:

$$v^2 \geq \frac{9}{4} \frac{\hbar^2}{m^2 r^2} = 9,11 \frac{\hbar^2}{m^2 V^{2/3}} \quad (3.1)$$

όπου v^2 είναι ο μέσος όρος του τετραγώνου της ταχύτητας του σωματιδίου, το σύμβολο \geq σημαίνει ότι το v^2 είναι ίσο ή μεγαλύτερο του κλάσματος που ακολουθεί· το m είναι η μάζα ηρεμίας του μικροσκοπικού σωματιδίου που είναι περιορισμένο στον όγκο V · το r^2 είναι ο μέσος όρος του τετραγώνου της απόστασης του σωματιδίου από το κέντρο αυτού του όγκου V , θεωρουμένου σφαιρικού· τέλος το σύμβολο \hbar στον αριθμητή του κλάσματος είναι μια παγκόσμια σταθερά, δηλωτική της ισχύος της ΚβΜ, που το όνομά της είναι (ανηγμένη) σταθερά του Planck, η δε αριθμητική της τιμή έχει προσδιορισθεί με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Σε όποια σχέση εμφανίζεται το σύμβολο \hbar σημαίνει ότι η ΚβΜ είναι απολύτως απαραίτητη και αναγκαστικά παρούσα. Ο τύπος (3.1) ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι το μέγεθος της ταχύτητας v είναι αρκετά μικρότερο από την ταχύτητα, c , του φωτός στο κενό. Συνήθως στον τύπο (3.1) ισχύει το $=$ ή λίγο μεγαλύτερο από το ίσον. Σημειώστε ότι τόσο το v^2 όσο και το r^2 είναι μέσοι όροι, πράγμα που σημαίνει ότι και η ταχύτητα και η απόσταση αντιμετωπίζονται στην ΚβΜ ως στατιστικά μεγέθη που δεν έχουν μια συγκεκριμένες τιμές αλλά συγκεκριμένες κατανομές τιμών. Αυτό είναι το κόστος της «παντρείας» των εννοιών κύμα-σωματίδιο.

⁴Ας εφαρμόσουμε ό,τι έχουμε πει μέχρι τώρα στο άτομο του υδρογόνου που αποτελείται από ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο· η κυμαινόμενη στην πραγματικότητα απόστασή τους χαρακτηρίζεται από μία συγκεκριμένη ποσότητα που το σύμβολό της είναι a και η τιμή της είναι υπό προσδιορισμό. Μέσω του a η σχέση (3.1) παίρνει την

απλούστερη μορφή $v^2 = \frac{\hbar^2}{m^2 a^2}$ που οδηγεί στο ότι η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου,

E_K , είναι ίση με $E_K = \frac{\hbar^2}{2ma^2}$ (βάσει της γνωστής από τα γυμνασιακά χρόνια σχέσης:

κινητική ενέργεια ίσον με $\frac{1}{2} m v^2$ τετράγωνο). Η κινητική ενέργεια του πρωτονίου είναι πρακτικά αμελητέα λόγω της μεγάλης μάζας του. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος

Βλέπουμε λοιπόν ότι η ΚΒΜ, με την προσαρμόσιμη κινητική ενέργεια που εισήγαγε μέσω της αρχής της απροσδιοριστίας, αποτρέπει την συμπιεστική κατάρρευση του ατόμου του υδρογόνου (την οποία θα επέβαλλαν οι δυνάμεις αν δρούσαν μόνες τους) και διατηρεί το ηλεκτρόνιο σε μια απόσταση από το πρωτόνιο που κυμαίνεται γύρω από μια τιμή περίπου 100,000 φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα του πρωτονίου σε συμφωνία με τις πειραματικές μετρήσεις. Επί πλέον, εξασφαλίζοντας μια ελάχιστη τιμή της εσωτερικής ενέργειας, δεν αφήνεται κανένα περιθώριο απώλειας ενέργειας, άρα και ακτινοβολίας, αφού αν συνέβαινε κάτι τέτοιο η ενέργεια θα μειωνόταν, άρα δεν θα ήταν ελάχιστη όπως αποδείξαμε. Τέλος, είναι εντυπωσιακή η πρόβλεψη ότι η μίνιμουμ ενέργεια που απαιτείται για να απομακρύνουμε πλήρως το ηλεκτρόνιο από το πρωτόνιο (όταν το σύστημα πρωτονίου/ηλεκτρονίου βρίσκεται εν ισορροπία, δηλαδή είναι στην ελάχιστη ενέργειά του) είναι 13,6 ηλεκτρονιοβόλτ, σε εξαιρετική συμφωνία με το πείραμα. Είναι δύσκολο να πιστέψει κανείς ότι όλες αυτές οι επιτυχίες είναι σύμπτωση. Αντίθετα περιμένουμε ότι ο ίδιος μηχανισμός (συνεπικουρούμενος από την αρχή του Pauli, όπως θα φανεί αμέσως μετά) θα έχει εφαρμογή σε όλα τα συστήματα ανεξάρτητα από το πόσα πολλά σωματίδια συμμετέχουν. Φυσικά οι λεπτομερείς υπολογισμοί θα είναι σημαντικά πιο δύσκολοι από όσο στο απλούστερο σύστημα του υδρογόνου.

Ας έλθουμε τώρα στη δεύτερη βασική αρχή, την απαγορευτική αρχή του Pauli. Η αρχή του Pauli βεβαιώνει ότι ταυτόσημα σωματίδια με ημιακέραιο σπιν «αποφεύγουν» με «κάθε θυσία» το ένα το άλλο. Πιο συγκεκριμένα, ταυτόσημα σωματίδια με σπιν 1/2 (όπως είναι π.χ. τα ηλεκτρόνια, ή τα πρωτόνια, ή τα νετρόνια)

.....
 πρωτονίου/ηλεκτρονίου είναι (βάσει του τύπου (2.1)) $E_{\Delta} = -k \frac{e^2}{a}$ και επομένως η εσωτερική ενέργεια του ατόμου του υδρογόνου, που είναι το άθροισμα των δύο, είναι $E = E_{\Delta} + E_K = -k \frac{e^2}{a} + \frac{\hbar^2}{2m_e a^2}$. Στο τελικό αυτό αποτέλεσμα η μόνη ποσότητα που είναι

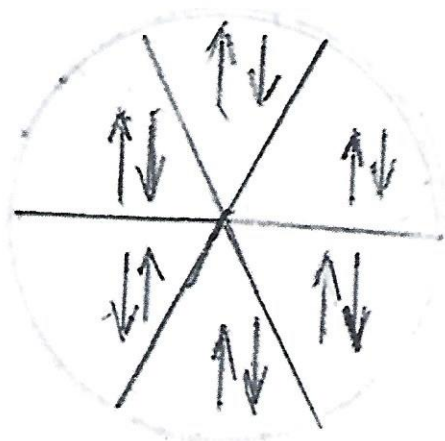
πρωτονίου/ηλεκτρονίου είναι (βάσει του τύπου (2.1)) $E_{\Delta} = -k \frac{e^2}{a}$ και επομένως η εσωτερική ενέργεια του ατόμου του υδρογόνου, που είναι το άθροισμα των δύο, είναι $E = E_{\Delta} + E_K = -k \frac{e^2}{a} + \frac{\hbar^2}{2m_e a^2}$. Στο τελικό αυτό αποτέλεσμα η μόνη ποσότητα που είναι

άγνωστη είναι η απόσταση a που θα προσδιορισθεί από την ελαχιστοποίηση της E και θα καθορίσει τη τάξη μεγέθους του ατόμου του υδρογόνου. Το αποτέλεσμα για το a που ελαχιστοποιεί το E είναι το ακόλουθο $a_0 = \frac{\hbar^2}{k e^2 m_e} = 0,053$ νανόμετρα. Αντικαθιστώντας την

παραπάνω τιμή του $a = a_0$ στη σχέση για το E προκύπτει και η ελάχιστη ενέργεια E_0 που είναι ίση με $-\frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2} = -13,6$ ηλεκτρονιοβόλτ,

σε εξαιρετική συμφωνία με την πειραματική τιμή. Οι μαθηματικές πράξεις που χρειάστηκαν για τα παραπάνω αποτελέσματα αφήνονται στον αναγνώστη, αν ακόμη θυμάται τίποτε από τα μαθηματικά του λυκείου.

το πολύ δύο να βρεθούν στην ίδια κατάσταση και τότε αναγκαστικά το ένα από τα δύο θα προσανατολίσει το σπιν του στη θετική κατεύθυνση και το άλλο στην αντίθετή του (σαν να ήταν το ένα δεξιόστροφο και το άλλο αριστερόστροφο). Τι θα συμβεί, όμως, αν, ας πούμε, 12 ηλεκτρόνια βρεθούν στον ίδιο χώρο όγκου V ; Προκειμένου να αποφύγουν το ένα το άλλο, θα μπορούσαν να μοιράσουν το χώρο σε έξι ίσους υποχώρους, ο καθένας όγκου $V/6$, και ανά δύο με αντίθετους προσανατολισμούς των σπιν τους να εποίκισουν τον κάθε υποχώρο, όπως φαίνεται στο Σχ. 3.4. Ας δούμε ποιες είναι οι συνέπειες αυτής της επιλογής που ικανοποιεί την



Σχ. 3.4. 12 ταυτόσημα σωματίδια με σπιν $1/2$ που έχουν βρεθεί στον ίδιο χώρο όγκου V προκειμένου να ικανοποιήσουν την απαγορευτική αρχή του Pauli χωρίζουν το χώρο σε έξι ίσους υποχώρους και τοποθετούνται ανά δύο σε κάθε υποχώρο με αντίθετους προσανατολισμούς του σπιν. Το αποτέλεσμα είναι να αυξήσουν την κινητική τους ενέργεια κατά $(12/2)^{2/3} = 3.3$ φορές.

αρχή του Pauli: Το καθένα από τα 12 ηλεκτρόνια, αφού περιορίζεται σε ένα όγκο $V/6$, θα έχει κινητική ενέργεια βάσει της σχέσης (3.1), ίση με

$$4,56 \frac{\hbar^2}{m(V/6)^{2/3}} = 4,56 \frac{\hbar^2}{mV^{2/3}} (6)^{2/3} = 2,87 \frac{\hbar^2}{mV^{2/3}} (12)^{2/3}$$

μεγαλύτερη από εκείνη που θα είχε

αν δεν ίσχυε η απαγορευτική αρχή. Με άλλα λόγια η αρχή του Pauli αυξάνει την κινητική ενέργεια κάθε σωματιδίου με σπιν $1/2$ αν βρεθεί στον ίδιο χώρο με άλλα ταυτόσημα με αυτό. Αν ο αριθμός των ταυτόσημων σωματιδίων με σπιν $1/2$ στον ίδιο χώρο είναι 12, η αύξηση θα είναι κατά ένα παράγοντα του $(12/2)^{2/3} = 3,3$ αν ο αριθμός αυτός είναι N , τότε η αύξηση της κινητικής ενέργειας κάθε ενός από τα N σωματίδια θα είναι κατά ένα παράγοντα $(N/2)^{2/3}$. Επομένως η συνολική κινητική ενέργεια και των N ταυτόσημων σωματιδίων με σπιν $1/2$ που βρίσκονται στον ίδιο χώρο όγκου V θα είναι

$$E_{K,ολική} = 2,87 N \frac{\hbar^2 N^{2/3}}{mV^{2/3}} = 2,87 \frac{\hbar^2 N^{5/3}}{mV^{2/3}} \quad (3.2)$$

Η τρίτη βασική αρχή της ΚβΜ, αν και πολύ σημαντική, δεν είναι τόσο γνωστή όσο οι άλλες δύο, αφού ούτε καν ένα καθιερωμένο όνομα δεν της έχει δοθεί. Έτσι

χρειάστηκε να της δώσω εγώ το όνομα *αρχή της διακριτότητας του Schrodinger*. Για την παρουσίασή της θα χρησιμοποιήσω το απλό σύστημα του ατόμου του υδρογόνου, που συνίσταται σ' ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο. Για το σύστημα αυτό είδαμε ήδη ότι βρίσκεται σε μια κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας και – φυσικά- ελάχιστης ενέργειας. Τα ερωτήματα που είναι εύλογο να τεθούν έχουν ως εξής: Μπορεί το άτομο του υδρογόνου να βρεθεί σε καταστάσεις άλλες από αυτήν της ισορροπίας; Αν ναι, ποιες είναι οι καταστάσεις αυτές και τι ιδιότητες έχουν; Ποια είναι η ενέργειά τους; Ποιος ο χρόνος ζωής τους; κλπ. Η βασική απάντηση είναι ναι, το άτομο του υδρογόνου, όπως και όλα τα μικροσκοπικά σύνθετα σωματίδια, μπορούν να βρεθούν σε πάρα πολλές καταστάσεις που είναι πολύ βραχύβιες της τάξης κλάσματος του δεσεκατομμυριοστού του δευτερολέπτου (εκτός αν υπάρχει συνεχής παροχή εξωτερικής ενέργειας για να τις διατηρήσει). Αυτές οι καταστάσεις, που τις ονομάζουμε διεγερμένες, έχουν ένα χαρακτηριστικό που είναι αδικαιολόγητο από την άποψη της κλασικής φυσικής: Οι ενέργειες τους δεν μπορούν να έχουν οποιαδήποτε τιμή αλλά μόνο συγκεκριμένες, που τις ονομάζουμε ενεργειακές στάθμες. Π.χ. για το άτομο του υδρογόνου οι ενεργειακές στάθμες, περιλαμβανομένης και της ελάχιστης, είναι κατά σειρά (σε ηλεκτρονιοβόλτ) -13,6, -3,4, -1,51, -0,85, ... οι τιμές αυτές προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση: E_0/n^2 , όπου το E_0 είναι ίσο με -13,6 ηλεκτρονιοβόλτ και το n παίρνει ακέραιες τιμές, $n=1, 2, 3, 4, \dots$. Γιατί είναι τόσο σημαντική αυτή η ιδιότητα του να έχουμε διάκριτες τιμές (digital στη γλώσσα της πληροφορικής) και όχι συνεχείς (analog στη γλώσσα της πληροφορικής) όπως στην κλασική φυσική; Υπό πραγματικές συνθήκες δεν είναι δυνατόν να υπάρξει πλήρης απομόνωση, αφού το κάθε σύστημα μικροσκοπικό ή μακροσκοπικό υπάρχει σ' ένα περιβάλλον που βρίθει από άλλα συστήματα και από φωτόνια με τα οποία έρχεται σχεδόν συνεχώς σε επαφή, πράγμα που σημαίνει δυνατότητα ανταλλαγής ενέργειας. Αν η ενέργεια του συστήματος μας ήταν συνεχούς χαρακτήρα, τότε κάθε επαφή θα μετέφερε ενέργεια και επομένως θα σήμαινε αλλαγή και έτσι το όποιο σύστημα δεν θα έμενε ποτέ το ίδιο. Αν όμως ένα μη μηδενικό ποσό ενέργειας, δε, χωρίζει την κατάσταση ελάχιστης ενέργειας από την αμέσως επόμενη τότε κάθε εξωτερική επαφή που δυνητικά μεταφέρει ενέργεια μικρότερη του δε δεν είναι δυνατόν να απορροφηθεί και επομένως θα αφήσει το σύστημα μας αναλλοίωτο. Π.χ. βάσει των ενεργειών των διεγερμένων καταστάσεων του ατόμου του υδρογόνου, το αντίστοιχο δε είναι 10,2 ηλεκτρονιοβόλτ που είναι ισοδύναμο με θερμοκρασία περιβάλλοντος 118,000 βαθμών. Αυτό σημαίνει ότι το άτομο του υδρογόνου θα παραμείνει στη κατάσταση ελάχιστης ενέργειας ακόμη και αν βρεθεί σε ένα περιβάλλον εκατό χιλιάδων βαθμών. Το συμπέρασμα είναι ότι μικροσκοπικά σύνθετα σωματίδια συμπεριφέρονται μέχρι κάποιο ενεργειακό όριο ως να ήσαν στοιχειώδη και αναλλοίωτα. Το όριο αυτό είναι όλο και πιο μεγάλο όσο πιο μικροσκοπικό είναι το σύστημα. Π.χ. το όριο αυτό για τον πυρήνα του άνθρακα-12, αντί για 10 περίπου ηλεκτρονιοβόλτ που είδαμε προηγουμένως, είναι μερικά εκατομμύρια ηλεκτρονιοβόλτ και γι' αυτό είναι αδύνατο να αλλάξουμε τους σταθερούς πυρήνες με χημικές μεθόδους μια και οι τελευταίες δεν μπορούν να προσφέρουν περισσότερο από μερικές δεκάδες ηλεκτρονιοβόλτ. Πάντως, σε οποιαδήποτε περίπτωση ατόμων ή μικρών μορίων το ενεργειακό όριο που εξασφαλίζει το αναλλοίωτό τους είναι αρκετά υψηλό, ώστε να είναι δυνατή η περιγραφή των χημικών τους ιδιοτήτων με σιγουριά· αυτό θα ήταν ανέφικτο αν ίσχυε η κλασική φυσική, όπως ανέφικτο θα ήταν και να διατηρούνται με τέτοια πιστότητα τα βασικά χαρακτηριστικά κάθε έμβιου όντος από γενιά σε γενιά. Τέλος, αξίζει να

τοισθεί ότι οι ενεργειακές στάθμες κάθε ατόμου ή κάθε μικρού μορίου είναι διαφορετικές και επομένως μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ταυτοποίηση τέτοιων μικροσκοπικών σωματιδίων μετρώντας τη συχνότητα απορρόφησης ή εκπομπής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων (η οποία συχνότητα συνδέεται με την ενέργεια κάθε φωτονίου που προκύπτει από τη μετάβαση μεταξύ ενεργειακών σταθμών). Με αυτό τον τρόπο, που ονομάζεται φασματοσκοπία, βρίσκουμε π.χ. ποια χημικά στοιχεία υπάρχουν στον Ήλιο και σε άλλα αντικείμενα στο Σύμπαν, όπως και να ανακαλύψουμε νέα στοιχεία αν οι ενεργειακές στάθμες που μετράμε δεν συμπίπτουν με καμία από τις γνωστές. Έτσι ανακαλύφτηκε το στοιχείο ήλιο πρώτα στον Ήλιο και μετά στη Γη. Επίσης είναι δυνατόν να παρατηρηθούν ενεργειακές στάθμες που να μην είναι άμεσα αναγνωρίσιμες γιατί η πηγή τους κινείται. Συγκρίνοντας τις χαρακτηριστικές συχνότητες ενός χημικού στοιχείου (που εξαρτώνται από τις ενεργειακές του στάθμες), όταν αυτό είναι ακίνητο, με τις τροποποιημένες συχνότητες, που προκύπτουν όταν αυτό κινείται, μπορούμε να προσδιορίσουμε την ταχύτητα της κίνησής του. Έτσι διαπιστώθηκε η διαστολή του Σύμπαντος,

3.3 Κυματοσωματιδιακός δυισμός και οι τρεις αρχές της ΚΒΜ

Θεωρήστε ένα σωματίδιο, στοιχειώδες ή σύνθετο, το οποίο κινείται χωρίς να του ασκείται καμία εξωτερική δύναμη (στην περίπτωση σύνθετου σωματίου θεωρούμε ότι βρίσκεται στην κατάσταση ελάχιστης εσωτερικής ενέργειας και ότι κινείται ως ενιαίο σύνολο, με άλλα λόγια αυτό που μας ενδιαφέρει τώρα είναι η κίνηση του κέντρου βάρους του και όχι οι εσωτερικές του κινήσεις). Αυτού του είδους η κίνηση χαρακτηρίζεται από μια ποσότητα που οι φυσικοί την αποκαλούν **ορμή** και την συμβολίζουν ως \mathbf{p} · ο ορισμός της ορμής είναι η ταχύτητα του σωματιδίου πολλαπλασιασμένη επί τη μάζα του. Η ορμή συνδέεται με την επί πλέον ενέργεια ε που απέκτησε το σωματίδιο πέρα από την ενέργεια ηρεμίας του λόγω της ως άνω κίνησής του ως ενιαίο σύνολο. Το συμπέρασμα είναι ότι η ελεύθερη κίνηση ενός σωματιδίου χαρακτηρίζεται από δύο ποσότητες, την ορμή του \mathbf{p} και την ενέργεια του ε .

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα κύμα που προχωράει ελεύθερο χωρίς εμπόδια. Ένα τέτοιο κύμα χαρακτηρίζεται από το λεγόμενο μήκος κύματος ή ισοδύναμα από μια ποσότητα \mathbf{k} · η κατεύθυνση του \mathbf{k} είναι η κατεύθυνση διάδοσης του κύματος και το μέγεθός του είναι αντιστρόφως ανάλογο του μήκους κύματος· ένα τέτοιο κύμα χαρακτηρίζεται επίσης και από τη συχνότητά του ω .

Στη φύση όμως έχουμε μόνο κυματοσωματίδια που είναι εν μέρει σωματίδια (και ως τέτοια θα χαρακτηρίζονται από την σωματιδιακή δυάδα \mathbf{p}, ε) και εν μέρει κύματα (και ως τέτοια θα χαρακτηρίζονται από την κυματική δυάδα \mathbf{k}, ω). Αφού όμως πρόκειται για μια ενιαία οντότητα, το κυματοσωματίδιο, οι δύο δυάδες δεν μπορεί να είναι ανεξάρτητες, θα πρέπει να συνδεθούν. Πώς;

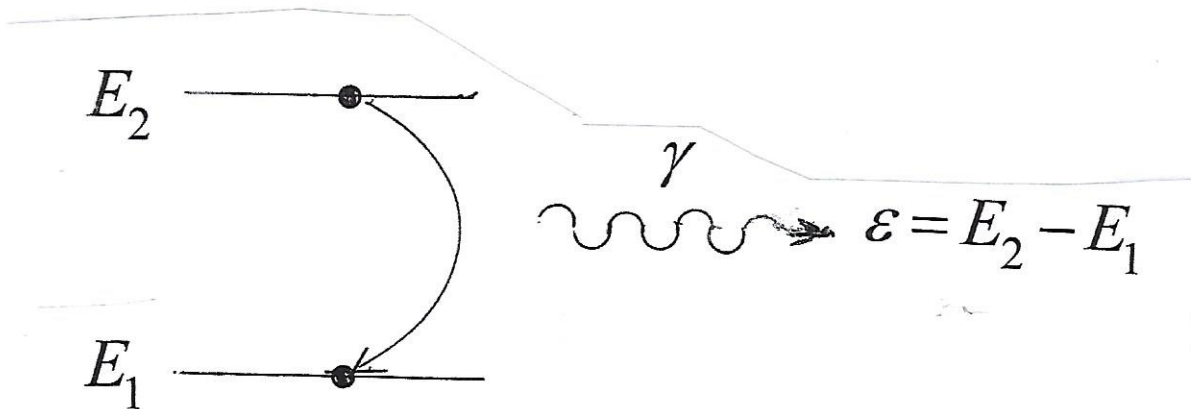
Ας ξεκινήσουμε με μία οντότητα (π.χ. ηλεκτρόνιο) που η κλασική φυσική τη θεωρεί ως σωματίδιο και επομένως χαρακτηρίζεται από τη δυάδα \mathbf{p}, ε . Όμως, το πείραμα δείχνει ότι αυτό το σωματίδιο δεν ακολουθεί τροχιά αλλά διαδίδεται ως κύμα. Ναι, ως κύμα, αλλά με ποιο \mathbf{k} και με ποιο ω ; Η απάντηση είναι ότι το ζητούμενο \mathbf{k} ισούται \mathbf{p}/\hbar και το ζητούμενο ω ισούται με ε/\hbar , όπου \hbar είναι η παγκόσμια σταθερά που ονομάσαμε προηγουμένως ανηγμένη σταθερά του Planck και είναι δηλωτική της ισχύος της ΚΒΜ.

Ας ξεκινήσουμε τώρα αντίθετα με μία οντότητα (π.χ. το ΗΜ κύμα) που η κλασική φυσική τη θεωρεί ως κύμα και επομένως χαρακτηρίζεται από τη δυάδα \mathbf{k}, ω . Όμως, το πείραμα δείχνει ότι αυτό το κύμα αποτελείται από κβάντα, δηλαδή αδιαίρετες οντότητες, όπως τα στοιχειώδη σωματίδια. Όμως, ποια είναι η ορμή \mathbf{p} και ποια η ενέργεια ε του κάθε κβάντου; Η απάντηση είναι

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} \quad \text{και} \quad \varepsilon = \hbar\omega, \quad (3.3)$$

όπου \hbar είναι η παγκόσμια σταθερά που ονομάσαμε προηγουμένως ανηγμένη σταθερά του Planck και είναι δηλωτική της ισχύος της ΚβΜ.

Μια άμεση εφαρμογή των σχέσεων (3.3) αφορά στη φασματοσκοπία που αναφέραμε ακροθιγώς στην προηγούμενη ενότητα σε σχέση με την αρχή του **Schrodinger**. Θεωρήστε το Σχ. 3.5, όπου παρουσιάζονται δύο διαδοχικές ενεργειακές στάθμες ενός ατόμου, εκ των οποίων η ανώτερη είναι κατειλημμένη από ένα ηλεκτρόνιο, ενώ η κατώτερη δεν είναι τελείως γεμάτη. Το ηλεκτρόνιο μπορεί να μεταβεί από την ανώτερη στάθμη στην κατώτερη εκπέμποντας ένα φωτόνιο καθορισμένης ενέργειας ε ίσης με τη διαφορά $E_2 - E_1$. Αν η ίδια ηλεκτρονιακή μετάβαση συμβεί σε πάρα πολλά ίδια άτομα τότε θα προκύψουν πάρα πολλά φωτόνια όλα με την ίδια ενέργεια $E_2 - E_1$, που θα αποτελέσουν ένα ΗΜ κύμα συχνότητας $\omega = \varepsilon / \hbar = (E_2 - E_1) / \hbar$ (βάσει της σχέσης (3.3)). Μετρώντας τις συχνότητες πολλών τέτοιων ΗΜ κυμάτων που προέκυψαν από μεταβάσεις διεγερμένων ατόμων του ίδιου στοιχείου προσδιορίζουμε ουσιαστικά τις στάθμες που αντιστοιχούν σ' αυτό το στοιχείο και επομένως το ταυτοποιούμε και βεβαιωνόμαστε ότι είναι παρόν στην πηγή από την οποία προήλθε η ακτινοβολία.



Σχ.3.5 Δύο διαδοχικές ατομικές στάθμες ενέργειας αντιστοίχως E_1 και E_2 . Η μετάβαση του ηλεκτρονίου $E_2 \rightarrow E_1$ συνοδεύεται από την εκπομπή ενός φωτονίου ενέργειας ε . Ο νόμος διατήρησης της ενέργειας επιβάλλει την ισότητα $E_2 = E_1 + \varepsilon$ από την οποία προκύπτει μια καθορισμένη τιμή της ενέργειας του φωτονίου ίση με τη διαφορά $E_2 - E_1$.

Θα κλείσουμε αυτό το κεφάλαιο με κάποιες απαντήσεις σε μία ενδεχόμενη εύλογη απορία μερικών αναγνωστών. Ποια θα ήταν αυτή η απορία; “Εντάξει, μας δείξατε ήδη ότι οι τρεις βασικές αρχές της ΚΒΜ ερμηνεύουν την περίεργη και αναπάντεχη (από την άποψη της κλασικής φυσικής) συμπεριφορά του ατόμου του υδρογόνου και πιθανότατα και άλλων ατόμων. Μας υπόσχεστε ακόμη ότι σε επόμενα σύντομα κεφάλαια θα φανεί ότι το ίδιο ισχύει και για τις άλλες δομές του Κόσμου μικροσκοπικές ή μακροσκοπικές (τουλάχιστον για όσες είναι σε ισορροπία). Όμως, αυτές οι τρεις περίφημες αρχές, βάσει των οποίων αναπτύσσετε τις ποιοτικές και ποσοτικές σας ερμηνείες και προβλέψεις, δεν είναι κάπως αυθαίρετες, κάπως ουρανοκατέβατες; Δεν κατέχεστε από ένα αίσθημα κάπως αβέβαιης θεμελίωσης χρησιμοποιώντας αυτές τις αρχές; Μπορείτε, άραγε, να τις δικαιολογήσετε;”

Η απάντηση στη τελευταία ερώτηση είναι ΝΑΙ, είναι δυνατόν να δικαιολογήσουμε τις τρεις βασικές αρχές της ΚΒΜ με αφετηρία το πειραματικά και άμεσα διαπιστωμένο γεγονός του κυματοσωματιδιακού δυισμού. Χωρίς να μπούμε σε τεχνικές λεπτομέρειες, θα παρουσιάσουμε σε αδρές γραμμές τα βασικά επιχειρήματα που στηρίζουν το ΝΑΙ στην παραπάνω απάντησή μας.

1. Αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg

Ξέρουμε από τη λυκειακή φυσική ότι ένα κύμα που χαρακτηρίζεται από τις ποσότητες⁵ k και ω είναι εξ' όρισμού απλωμένο σε όλο το χώρο με ένα περιοδικό τρόπο. Αν θέλουμε να σχηματίσουμε ένα κύμα που η έκτασή του να είναι περιορισμένη χωρικά σε ένα μήκος Δx , τότε θα πρέπει να αθροίσουμε μαζί (να υπερθέσουμε είναι ο τεχνικός όρος) πολλά κύματα του τύπου k όλα παρμένα από μια περιοχή τιμών του k εκτάσεως Δk τέτοιας ώστε το γινόμενο $\Delta k \times \Delta x$ να είναι περίπου μονάδα. Αυτό σημαίνει ότι για να πετύχουμε ένα κύμα όλο και πιο περιορισμένο χωρικά, θα πρέπει να υπερθέσουμε όλο και περισσότερα κύματα διαφόρων k από μια περιοχή τιμών Δk , που να είναι όλο και ευρύτερη. Τα παραπάνω αποτελούν ένα αυστηρό μαθηματικό θεώρημα (θεώρημα Fourier) που βασίζεται στο προφανές γεγονός ότι η υπέρθεση κυμάτων είναι επίσης κύμα.

Αν τώρα πολλαπλασιάσουμε την παραπάνω σχέση $\Delta k \times \Delta x \sim 1$ με το \hbar και λάβουμε υπόψη τον τύπο (3.3), $p = \hbar k$, που είναι συνέπεια του κυματοσωματιδιακού δυισμού, προκύπτει ο τύπος $\Delta p \times \Delta x \sim \hbar$, που είναι η συνήθης διατύπωση της αρχής της απροσδιοριστίας του Heisenberg (με το $\sim \hbar$, που σημαίνει περίπου \hbar , να αντικαθίσταται στην ακριβή απόδειξη με το $\geq (\hbar/2)$). Ο τύπος (3.1), που τον παρουσιάσαμε ως αρχή της απροσδιοριστίας, είναι μαθηματικά ισοδύναμος με την παραπάνω συνήθη διατύπωση της περίφημης αυτής αρχής. Η απόδειξη απαιτεί να θυμάται κανείς κάποιους ορισμούς και κάποια από τα μαθηματικά του λυκείου.

2. Απαγορευτική αρχή του Pauli

Ο κυματοσωματιδιακός δυισμός συνεπάγεται ότι αυτά που η κλασική φυσική θεωρεί ως σωματίδια δεν κινούνται ακολουθώντας μια τροχιά αλλά διαδίδονται ως να ήσαν κύματα απλωμένα σε όλο το διαθέσιμο χώρο. Κατά συνέπεια, αν έχουμε δύο ή περισσότερα ταυτόσημα κυματοσωματίδια στον ίδιο χώρο δεν έχουμε τρόπο

⁵ Όπως αναφέραμε προηγουμένως, το k είναι αντιστρόφως ανάλογο του μήκους κύματος.

να διακρίνουμε ποιο είναι π.χ. το υπ. αριθμ. 1 και ποιο το υπ. αριθμ. 2 . Αυτό σημαίνει ότι όλα τα φυσικά μεγέθη θα πρέπει να μην αλλάζουν αν εναλλάξουμε τα ονόματα, αν π.χ. το υπ. αριθμ. 1 το πούμε 2 και το υπ. αριθμ. 2 το πούμε 1. Αν ονομάσουμε $\Psi(1,2)$ το κύμα που περιγράφει τα δύο αυτά ταυτόσημα σωματίδια στον ίδιο χώρο, τότε η μη διακρισσιμότητα των δύο αυτών σωματιδίων συνεπάγεται ότι $\Psi(1,2) = \pm \Psi(2,1)$, σχέση που εξασφαλίζει ότι τα φυσικά μεγέθη, που όλα τους εξαρτώνται αναγκαστικά από το τετράγωνο του Ψ , δεν αλλάζουν από την εναλλαγή των ονομάτων. Από την εύλογη απαίτηση η μάζα ηρεμίας να προκύπτει θετική αποδεικνύεται ότι για σωματίδια με ακέραιο spin ισχύει το + στην τελευταία σχέση, ενώ για σωματίδια με ημιακέραιο spin ισχύει το - . Τώρα, αν δύο σωματίδια με ημιακέραιο spin για τα οποία, όπως είπαμε ισχύει αναγκαστικά το - , μπορούσαν να βρεθούν το καθένα τους στην ίδια ακριβώς κατάσταση και με τον ίδιο προσανατολισμό των spin τους, τότε κατ' ανάγκη θα έπρεπε να μην αλλάξει απολύτως τίποτε αν εναλλάξουμε τα ονόματα, θα έπρεπε δηλαδή να ισχύει $\Psi(1,2)=\Psi(2,1)$. Είναι όμως αδύνατο να ισχύει και η σχέση $\Psi(1,2)=\Psi(2,1)$ και η $\Psi(1,2)=-\Psi(2,1)$. Άρα δια της εις άτοπον απαγωγής, οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι δεν είναι δυνατόν δύο ταυτόσημα σωματίδια με ημιακέραιο spin να βρεθούν στη ίδια ακριβώς κατάσταση και με τον ίδιο προσανατολισμό του spin, οδηγηθήκαμε δηλαδή στην απαγορευτική αρχή του Pauli.

3. Αρχή του Schrodinger

Ισχύει γενικά ότι κύματα περιορισμένα σε συγκεκριμένη χωρική έκταση δεν μπορούν να έχουν οποιαδήποτε συχνότητα, αλλά μόνο κάποιες που μπορούμε να τις κατατάξουμε ως πρώτη, δεύτερη, τρίτη, τέταρτη, κ.ο.κ. Όλοι μας έχουμε ζήσει τουλάχιστον ένα παράδειγμα αυτού του γεγονότος ακούγοντας τον ήχο της χορδής μιας κιθάρας. Η χορδή παράγει τη βασική νότα (αυτή με τη χαμηλότερη συχνότητα) και τις αρμονικές της (που η συχνότητάς τους είναι ακέραια πολλαπλάσια της βασικής συχνότητας). Αν θελήσουμε να αυξήσουμε τη συχνότητα της βασικής νότας, βάζουμε το δάκτυλο μας πιεστικά σε κάποιο σημείο της χορδής ώστε να περιορίσουμε έτσι το διαθέσιμο στο κύμα μήκος της χορδής. Όσο πιο μικρό είναι αυτό το διαθέσιμο μήκος, τόσο πιο μεγάλη είναι η συχνότητα της βασικής νότας και των αρμονικών της. Ισχύει γενικά ότι όσο μικρότερος είναι ο διαθέσιμος χώρος για ένα κύμα, τόσο υψηλότερη είναι η κατώτερη συχνότητά του και οι άλλες χαρακτηριστικές του συχνότητες. Αυτές οι κυματικές ιδιότητες μεταφέρονται και στα μικροσκοπικά σωματίδια, αφού, όπως τονίσαμε επανειλημμένα αυτά δεν ακολουθούν τροχιά, αλλά διαδίδονται ως να ήταν κύματα. Άρα ένα κυματοσωματίδιο που ο διαθέσιμος σε αυτό χώρος είναι περιορισμένος δεν μπορεί να έχει οποιαδήποτε συχνότητα, αλλά μόνο ορισμένες που μπορούμε να τις κατατάξουμε ως προς το μέγεθός τους ως η πρώτη, η δεύτερη, ή τρίτη, η τέταρτη, κ.ο.κ και θα αντιστοιχούν, με βάση τη σχέση (3.3), ως η πρώτη ενεργειακή στάθμη, η δεύτερη ενεργειακή στάθμη, η τρίτη ενεργειακή στάθμη, η τέταρτη ενεργειακή στάθμη, κ.ο.κ. Έτσι δείξαμε ότι και η αρχή του Schrodinger πηγάζει και αυτή από τον κυματοσωματιδιακό δυισμό.