

## ΚΕΦ. 13.1: ΑΣΤΡΑ

Σελ. 217 έως 236 του βιβλίου ΚΣ. 21<sup>ο</sup> VIDEO, 13/12/2013

0λ έως 30:50λ: Επανάληψη του 12<sup>ου</sup> κεφαλαίου

Ο σωστός τύπος για τον αριθμό των νουκλεονίων για τον οποίο η βαρυτική και η ηλεκτροστατική αυτοενέργεια γίνονται ίσες είναι

$$N_v = \left( \frac{y\gamma'}{\gamma} \right)^{3/2} \frac{a^{3/2}}{A_B^2} \left( \frac{e^2}{G m_u^2} \right)^{3/2}; \quad a = 0,56\zeta^{4/3} + 0,9\zeta^2$$

Βλ. και τον τύπο (B.5) στη σελ. 205 του βιβλίου ΚΣ

30:50λ έως το τέλος του 21<sup>ου</sup> VIDEO: Εισαγωγή και λευκοί νάνοι

Διαδικασία σχηματισμού άστρων σε γιγάντια μεσοαστρικά νέφη. Παρουσιάζεται το βασικό **γράφημα** που δίνει την ολική κινητική ενέργεια (θερμική και κβαντική) και τη **θερμοκρασία** (που θα είχε ένα υπό σχηματισμό άστρο εάν αγνοούσαμε τη δυνατότητα θερμοπυρηνικής σύντηξης) ως συνάρτησης της **ακτίνας** του R καθώς αυτή μειώνεται υπό την επίδραση της ίδιας του βαρύτητας. Το γράφημα θερμοκρασία vs ακτίνα εμφανίζει ένα μέγιστο  $T_{\max}$  καθώς περνάμε από την κυριαρχία της θερμικής κινητικής ενέργειας (για μεγάλες τιμές του R) στην κυριαρχία της κβαντικής κινητικής ενέργειας (για μικρές τιμές του R). Εάν η μέγιστη αυτή θερμοκρασία (που η τιμή της εξαρτάται από τη μάζα του υπό δημιουργία άστρου) είναι σαφώς μεγαλύτερη από την κρίσιμη θερμοκρασία  $T_{ign}$  για την έναρξη της σειράς των πυρηνικών αντιδράσεων σύντηξης πρωτονίων προς ήλιο  $4p \rightarrow He^4 + 2e^+ + 2\nu_e$ , τότε θα πραγματοποιηθεί η δημιουργία άστρου. Το μικρότερο άστρο με βάση τα προηγούμενα είναι περίπου το 1/12 της μάζας του Ηλιου, δηλ. περίπου  $10^{56}$  νουκλεόνια. Αλλιώς θα έχουμε είτε ένα καφέ νάνο (όταν  $T_{\max} \approx T_{ign}$ ) είτε ένα σώμα παρόμοιο με πλανήτη (όταν  $T_{\max} \ll T_{ign}$ ).

Τα άστρα είναι οι «φούρνοι» όπου συντήκονται βαρύτεροι πυρήνες σε κύκλους: Ο πρώτος κύκλος είναι η σύντηξη υδρογόνων σε ήλιο. Όταν το υδρογόνο εξαντληθεί, αρχίζει ο δεύτερος κύκλος (ανακύκλωσης) από 2+1 πυρήνες ηλίου-4 προς άνθρακα-12 και στη συνέχεια ο τρίτος κύκλος από έναν άνθρακα-12 και ένα ήλιο-4 προς οξυγόνο-16, κλπ μέχρι και τον τελευταίο κύκλο από δύο πυρίτια-28 προς σίδηρο-56. Πέραν αυτού η σύντηξη βαρύτερων πυρήνων απαιτεί προσφορά

ενέργειας και αυτό μπορεί να γίνει μόνο κατά την έκρηξη σουπερνόβα. Οι λεπτομέρειες εξαρτώνται από την αρχική μάζα του άστρου (Λάβετε υπόψη ότι ένα άστρο χάνει μάζα κατά τη διάρκεια της ζωής του λόγω της εκπομπής σωματίων γνωστής ως ηλιακός άνεμος).

Εάν η αρχική μάζα του άστρου είναι μικρότερη από 8 φορές τη μάζα του Ήλιου  $M_H$ , το τέλος της ζωής του συνοδεύεται από περίπλοκες φάσεις αστάθειας που περιλαμβάνουν τη φάση του κόκκινου γίγαντα για να καταλήξει σε ένα λευκό νάνο με μάζα μικρότερη από 1,4 φορές τη μάζα του Ήλιου και ακτίνα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Εάν η αρχική μάζα του άστρου είναι μεταξύ  $8M_H$  και  $20M_H$ , τότε το τέλος της ζωής του άστρου συνοδεύεται από μια κατακλυσμική κατάρρευση του κεντρικού μέρους του άστρου σε ένα αστέρα νετρονίων (δηλ. ένα υπεργίγαντιο πυρήνα με μάζα  $M$  που ικανοποιεί τη σχέση  $1,4M_H \leq M \leq 3M_H$  με σύσταση 93,4:6,6:6,6 νετρονίων:πρωτονίων:ηλεκτρονίων και ακτίνα περίπου 10 km) και μια επίσης κατακλυσμαία εκτόξευση της υπόλοιπης μάζας του άστρου με τη βοήθεια των νετρίνων που αρχικά παγιδεύτηκαν στον αστέρα νετρονίων κατά το σχηματισμό του και στη συνέχεια ελευθερώνονται εξωθώντας την ύλη στην έκρηξη *supernova*.

Εάν η αρχική μάζα του άστρου είναι μεγαλύτερη από περίπου 20 με 25 φορές τη μάζα του Ήλιου και το άστρο είναι απομονωμένο, τότε το άστρο θα καταλήξει σε μαύρη τρύπα. (Το όριο αυτό μπορεί να φτάσει και σε 40 φορές τη μάζα του Ήλιου σε διπλά συστήματα άστρων).

Για ένα λευκό νάνο ελαχιστοποιείται το άθροισμα βαρυτικής και κινητικής ενέργειας

$$E_{ολ} = E_B + E_K = -\gamma \frac{GM^2}{R} + a_K \frac{\hbar^2 N_e^{5/3}}{m_e R^2} \quad (1)$$

Η ελαχιστοποίηση της (1) είναι ισοδύναμη με την  $E_K = \frac{1}{2}|E_B|$  από την οποία προκύπτει ότι

$$R = \frac{2a_K}{a_B} \left( \frac{N_e}{N_v} \right)^{5/3} \frac{e^2}{G m_u^2} \frac{a_B}{N_v^{1/3}}, \quad \frac{2a_K}{a_B} = 3,68 \rightarrow 4,51, \quad \frac{N_e}{N_v} \approx \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$E_{ολ} = -E_K = \frac{1}{2} E_B = -\frac{3}{7} (GM^2 / R) \propto M^{7/3}. \quad E_K / N_e \propto M^{4/3} \quad (3)$$

Όταν η μάζα του λευκού νάνου αυξάνει, αυξάνει και η κινητική ενέργεια ανά ηλεκτρόνιο (βλ. (3)) μέχρι να φτάσει σε ακραίες σχετικιστικές τιμές και η ολική κινητική ενέργεια να γίνει αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας, οπότε

$$E_{ολ} = -\frac{A_B}{R} - \frac{A_K}{R} = \frac{A_K - A_B}{R} \quad (4)$$

Η (4) δεν δίνει δυνατότητα ελαχιστοποίησης, αλλά μόνο τη δυνατότητα κατάρρευσης του λευκού νάνου σε αστέρα νετρονίων που θα συμβεί όταν  $A_B > A_K$  οδηγεί στο όριο Chandrasekhar

$$N_{v,cr} = \left(\frac{a'_K}{\gamma}\right)^{3/2} \left(\frac{N_e}{N_v}\right)^2 \left(\frac{c\hbar}{Gm_u^2}\right)^{3/2} = 0,775 \left(\frac{c\hbar}{Gm_u^2}\right)^{3/2}, \quad \frac{a'_K}{\gamma} = \frac{1,44}{0,6} = 2,4 \rightarrow 2,127 \quad (5)$$

Για να παρακολουθήσετε το 21<sup>ο</sup> VIDEO, 13/12/2013, από 0λ έως το τέλος πατήστε **εδώ**

### Σύνοψη των κυριότερων τύπων

Είναι οι σχέσεις (1) έως (5). Η τεκμηρίωση αυτών των σχέσεων στο βιβλίο ΚΣ είναι στις σελ. 219 έως 222.

### Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Σε ένα λευκό νάνο μάζας  $M = N_v m_u$ , λόγω της μεγάλης συμπίεσης εξαιτίας της βαρύτητας, όλα τα άτομα είναι πλήρως ιονισμένα και επομένως έχουμε πυρήνες και ηλεκτρόνια μη σχετικιστικά. Ελαχιστοποιώντας την ολική ενέργεια προκύπτει η ακτίνα του λευκού νάνου:

$$(\alpha) R = 4,51(N_e / N_v)^{5/3} (\hbar^2 / m_e G m_u^2) N_v^{1/3} \quad (\beta) R = 4,51(N_e / N_v)^{5/3} (\hbar^2 / m_e G m_u^2) N_v^{-1/3}$$

$$(\gamma) R = 4,51(N_v / N_e)^{5/3} (\hbar^2 / m_e G m_u^2) N_v^{1/3} \quad (\delta) R = 4,51(N_v / N_e)^{5/3} (\hbar^2 / m_e G m_u^2) N_v^{-1/3}$$

2. Σε ένα λευκό νάνο μάζας  $M = N_v m_u$ , η ολική ενέργεια είναι ανάλογη του:

$$(\alpha) M^2 \quad (\beta) M^{5/3} \quad (\gamma) M^{7/3} \quad (\delta) M$$

3. Σε ένα λευκό νάνο μάζας  $M = N_v m_u$  η ακτίνα του  $R$  δίνεται από τον τύπο,  $R = 4,51(N_e / N_v)^{5/3} (\hbar^2 / m_e G m_u^2) N_v^{-1/3}$ . Εκτιμήστε την τιμή της αν η μάζα του είναι ίση με τη μάζα του Ήλιου ( $1,98 \times 10^{30}$  kg) λαμβάνοντας υπόψη ότι  $G \approx 2,4 \times 10^{-43}$  α.μ.  $m_u = 1,66 \times 10^{-27}$  kg
- (α)  $R \approx 1,2 \times 10^6$  m      (β)  $R \approx 7,9 \times 10^6$  m      (γ)  $R \approx 3,1 \times 10^7$  m      (δ)  $R \approx 8,2 \times 10^7$  m
4. Η μέση ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου σε ένα λευκό νάνο είναι ανάλογη του:
- (α)  $M^{1/3}$       (β)  $M^{2/3}$       (γ)  $M$       (δ)  $N^{4/3}$
5. Με την αύξηση της μάζας  $M$  ενός λευκού νάνου η μέση ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου θα φτάσει τελικά σε ακραίες σχετικιστικές τιμές, οπότε ο λευκός νάνος μπορεί να εισέλθει σε κατάσταση αστάθειας επειδή η ολική κινητική ενέργεια έχει πια τη μορφή:
- (α)  $E_K = a_K \hbar c N_v^{2/3} / R$       (β)  $E_K = a_K \hbar c N_v / R$
- (γ)  $E_K = a_K \hbar c N_v^{4/3} / R$       (δ)  $E_K = a_K \hbar c N_v^{5/3} / R$
6. Η βαρυτική αυτοενέργεια ενός λευκού νάνου έχει τη μορφή:
- (α)  $E_B = -a_G G M^2 / R$       (β)  $E_B = -a_G G M^{4/3} / R$
- (γ)  $E_B = -a_G G M / R$       (δ)  $E_B = -a_G G M^{2/3} / R$
7. Ο λευκός νάνος καταρρέει σε αστέρα νετρονίων όταν η μάζα του ξεπεράσει την τιμή:
- (α)  $0,775(c \hbar / G m_u^2) m_u$       (β)  $0,775(c \hbar / G m_u^2)^{2/3} m_u$
- (γ)  $0,775(c \hbar / G m_u^2)^{3/2} m_u$       (δ)  $0,775(e^2 / G m_u^2)^{4/3} m_u$

### Πρόβλημα

Το υπ' αρ. 6 της σελ. 235 του βιβλίου ΚΣ