

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: ΠΛΑΝΗΤΕΣ ΚΑΙ ΠΛΑΝΗΤΗΣ ΓΗ

Σελ. : 203 έως 216 του βιβλίου ΚΣ 20^ο VIDEO, 12/12/2013

0λ έως 8:40λ : Σχόλια στα αποτελέσματα της εξέτασης προόδου

8:40λ έως το τέλος:

Σε ένα πλανήτη η βαρυτική του αυτοενέργεια

$$E_{\beta} = -\gamma \frac{GM^2}{R} \quad (1)$$

είναι συγκρίσιμη με την ηλεκτροστατική του αυτοενέργεια (βλ. Κεφ. 11, 4^η Ενότητα)

$$E_{\eta\lambda} = -y\gamma' \frac{e^2}{\bar{r} a_B} N_a, \quad N_a = N_v / \bar{A}_B \quad (2)$$

Για σταθερή πυκνότητα μπορεί να δείξετε ότι το γ στον τύπο (1) είναι ίσο με 0,6 (βλ. σελ. 214 του βιβλίου ΚΣ). Στην πραγματικότητα η πυκνότητα είναι μέγιστη στο κέντρο του πλανήτη και βαίνει μειούμενη καθώς κινούμαστε προς την επιφάνεια (για τη Γη η πυκνότητα στο κέντρο της είναι περίπου 14 gr/cm^3 και στην επιφάνειά της $2,7 \text{ gr/cm}^3$ (βλ. σελ. 208 του βιβλίου ΚΣ). Για τη ρεαλιστική περίπτωση η τιμή του γ είναι μεγαλύτερη από 0,6 αλλά όχι πολύ (για τη Γη είναι περίπου 0,616, βλ. σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ). Το γ' στον τύπο (2) δίνεται από τη σχέση $\gamma' = 0.56\zeta^{4/3} + 0.9\zeta^2$ (βλ. σελ. 174 του βιβλίου ΚΣ). Το y έχει τεθεί για τη διόρθωση λόγω μη ομοιόμορφης πυκνότητας.

Πώς ξέρομε ποια είναι η πυκνότητα στο κέντρο της Γης ; Πώς μέτρησε ο Ερατοσθένης την ακτίνα της Γης; Όταν ο Cavendish μέτρησε την παγκόσμια σταθερά βαρύτητας G είπαν ότι ζύγισε τη Γη (βρήκε, δηλαδή, τη μάζα της Γης). Εξηγήστε το γιατί. Πώς αλλιώς θα μπορούσατε να βρείτε τη μάζα της Γης; Οι Αλεξανδρινοί βρήκαν την απόσταση Γης /Σελήνης. Πώς; Ο Αρίσταρχος επιχείρησε να βρεί την απόσταση Γης/Ήλιου. Η εκτίμηση του δεν ήταν κοντά στην πραγματικότητα λόγω μη δυνατότητας μέτρησης μιας γωνίας που η τιμή της είναι πάρα πολύ κοντά στην ορθή γωνία. Παρόλα αυτά οδηγήθηκε στο συμπέρασμα ότι η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο.

Η πυκνότητα των πλανητών του δικού μας συστήματος βαίνει μειούμενο ομαλώς καθώς η απόσταση του πλανήτη από τον Ήλιο αυξάνει (με εξαίρεση αυτήν της Γης, ενώ ο μέσος όρος πυκνότητας Γης και Σελήνης δεν αποτελεί εξαίρεση).

Εξισώνοντας τη σχέση (1) με την (2) βρίσκουμε

$$N_v \approx \left(\frac{y\gamma'}{\gamma} \right)^{3/2} \frac{1}{\bar{A}_B^2} \left(\frac{\alpha}{\alpha_G} \right)^{3/2} \underset{\bar{A}_B \approx 40}{\approx} 3.33 \times 10^{51} \quad (3)$$

$$R \approx \frac{1.56}{\bar{A}_B} \left(\frac{\alpha}{\alpha_G} \right)^{1/2} \bar{r} a_B \bar{A}_B \approx 6.21 \times 10^6 \text{ m} \quad (4)$$

Πλάτυνση στον ισημερινό της Γης περίπου 23km λόγω φυγόκεντρων δυνάμεων

Παρουσιάζεται ο υπολογισμός της θερμοκρασίας των πλανητών και ιδιαίτερα της Γης και του Άρη (βλ. σελ. 210-212) :

$$T_{\pi\lambda} = (1 - A)^{1/4} \sqrt{\theta/4} T_{\text{αστρου}} \quad (5)$$

καθώς και ο

Υπολογισμός του μέγιστου δυνατού ύψους H_M βουνού ή του μέγιστου δυνατού βάθους γεώτρησης σε ένα βραχώδη πλανήτη (βλ. σελ. 209 έως 210):

$$R_{\pi\lambda} H_M \approx 12,6 \times 10^{10} \text{ m}^2 \quad (6)$$

Για να παρακολουθήσετε το 20^ο VIDEO, 12/12/2013, από 0λ έως το τέλος πατήστε **εδώ**

Σύνοψη των κυριοτέρων τύπων

Είναι οι σχέσεις (1) έως (6). Η τεκμηρίωση αυτών των σχέσεων στο βιβλίο ΚΣ είναι στις σελ. 203 έως 216.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- Η ολική βαρυτική αυτοενέργεια E_B ενός πλανήτη ή ενός ενεργού άστρου μάζας M και πυκνότητας περίπου ίσης με αυτήν της συνήθους στερεάς ύλης είναι της μορφής:
 (α) $E_B = b_B M^{5/3}$ (β) $E_B = b_B M$ (γ) $E_B = b_B M^{1/2}$ (δ) $E_B = b_B M^{1/3}$
- Η ολική ηλεκτροστατική αυτοενέργεια E_H ενός πλανήτη ή ενός ενεργού άστρου μάζας M είναι της μορφής:
 (α) $E_H = b_H M^{5/3}$, (β) $E_H = b_H M$, (γ) $E_H = b_H M^{1/2}$, (δ) $E_H = b_H M^{1/3}$
- Η ολική βαρυτική αυτοενέργεια E_B ενός πλανήτη ή ενός ενεργού άστρου μάζας M και πυκνότητας ίσης με αυτήν της συνήθους στερεάς ύλης είναι της μορφής $E_B = b_B M^{5/3}$, όπου :
 (α) $b_B = -\gamma G m_a^{1/3} / \bar{r}$, (β) $b_B = -\gamma G m_a^{1/3} / \bar{r} a_B$,
 (γ) $b_B = -\gamma G m_a^{1/2} / \bar{r} a_B$, (δ) $b_B = -\gamma G m_a / \bar{r} a_B$

όπου το γ είναι κάπως μεγαλύτερο από 0,6 και \bar{r}_B είναι η ακτίνα ανά άτομο.

4. Η ολική ηλεκτροστατική αυτοενέργεια E_H ενός πλανήτη ή ενός ενεργού άστρου μάζας M είναι της μορφής $E_H = b_H M$, όπου:

(α) $b_H = -\gamma''(e^2 / r_a)$,

(β) $b_H = -\gamma''(e^2 / r_a m_u)$

(γ) $b_H = -\gamma''(e^2 / r_a m_a)$,

(δ) $b_H = -\gamma''(e^2 / r_a A_B)$

5. Η ολική ηλεκτροστατική αυτοενέργεια E_H ενός πλανήτη μάζας M είναι περίπου ίση με την ολική βαρυτική αυτοενέργεια E_B όταν

(α) $M = (e^2 / Gm_a^2)^{3/2}$,

(β) $M = (e^2 / Gm_a^2)^{3/2} m_a$

(γ) $M = (e^2 / Gm_a^2)^{3/2} m_a$,

(δ) $M = (e^2 / Gm_a^2) m_a$

6. Ο προσεγγιστικός τύπος που δίνει τη μάζα M ενός πλανήτη για την οποία η ολική ηλεκτροστατική αυτοενέργεια E_H είναι ίση με την ολική βαρυτική αυτοενέργεια E_B είναι:

(α) $M = (3,8 / A_B^2)(e^2 / Gm_u^2)^{3/2} m_u$

(β) $M = 3,8(e^2 / Gm_u^2)^{3/2} m_u$

(γ) $M = (3,8 / A_B^2)(e^2 / Gm_u^2)^{3/2} m_u$

(δ) $M = (3,8 / A_B^2)(e^2 / Gm_u^2) m_u$

7. Ο προσεγγιστικός τύπος που δίνει τη μάζα M ενός πλανήτη για την οποία η ολική ηλεκτροστατική αυτοενέργεια E_H είναι ίση με την ολική βαρυτική αυτοενέργεια E_B είναι $M = (3,8 / A_B^2)(e^2 / Gm_u^2)^{3/2} m_u$. Ποια προκύπτει ότι είναι η μάζα της Γης αν θεωρήσετε ότι οι δύο παραπάνω ενέργειες είναι ίσες στη Γη. Δίνεται ότι $\hbar c / Gm_u^2 = 1,69 \times 10^{38}$ και για τη Γη $A_B \approx 40$

(α) $M \approx 5,4 \times 10^{23} \text{ kg}$

(β) $M \approx 6,3 \times 10^{25} \text{ kg}$

(γ) $M \approx 7,4 \times 10^{26} \text{ kg}$

(δ) $M \approx 5,4 \times 10^{24} \text{ kg}$

8. Ο προσεγγιστικός τύπος που δίνει το μέγιστο δυνατό ύψος H ενός βουνού σε ένα βραχώδη πλανήτη ακτίνας R είναι:

(α) $(H R / a_B^2) \approx (0,02\bar{r} / A_B^2)(\hbar c / Gm_u^2)$

(β) $(H R / a_B^2) \approx 0,02\bar{r}(\hbar c / Gm_u^2)$

(γ) $(H R / a_B^2) \approx (0,02\bar{r} / A_B^2)(e^2 / Gm_u^2)$

(δ) $(H R / a_B^2) \approx 0,02\bar{r}(e^2 / Gm_u^2)$

9. Για τους ίδιους φυσικούς παράγοντες που δεν μπορεί να υπάρξει σε ένα βραχύδη πλανήτη αυθαίρετα υψηλό βουνό δεν μπορεί να υπάρξει και τρύπα (γεώτρηση) αυθαίρετου βάθους. Το μέγιστο δυνατό βάθος στη Γη είναι:

(α) 5 km (β) 15 km (γ) 50 km (δ) 150 km

Το μέγιστο δυνατό βάθος στη Γη θα είναι μεγαλύτερο στην ξηρά ή υποθαλάσσια; Υποθαλάσσια

10. Εξισώνοντας την ενέργεια που απορροφά ένας πλανήτης από τον Ήλιο με αυτήν που εκπέμπει βρίσκουμε τη μέση θερμοκρασία T_{π} του πλανήτη συναρτήσει της θερμοκρασίας T_H στην επιφάνεια του Ήλιου και της γωνίας θ (σε ακτίνια) που φαίνεται ο δίσκος του Ήλιου από τον πλανήτη. Το αποτέλεσμα είναι:

(α) $T_{\pi} = (1 - A)^{1/4} \theta T_H / 4$ (β) $T_{\pi} = (1 - A)^{1/4} \sqrt{\theta T_H / 4}$

(γ) $T_{\pi} = (1 - A)^{1/4} \sqrt{\theta / 4} T_H$ (δ) $T_{\pi} = (1 - A)^{1/4} \theta T_H$

11. Η ενέργεια που ακτινοβολεί η Γη προέρχεται κατά μέσο όρο από το έδαφος υπό θερμοκρασία T_g και κατά ποσοστό 25% , από τα σύννεφα (σε μέσο ύψος 3 km) υπό θερμοκρασία T_c και κατά ποσοστό 25% , και τέλος από την κορυφή της τροπόσφαιρας (σε μέσο ύψος 10 km) υπό θερμοκρασία T_t και κατά ποσοστό 50%. Δεδομένου ότι η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας μειώνεται κατά περίπου 7 βαθμούς ανά km και ότι η μέση θερμοκρασία T_g του εδάφους είναι 290 K, προσδιορίστε τις T_c και T_t και βρέστε ότι η συνολική μέση θερμοκρασία (σε βαθμούς K) που εκπέμπει η Γη είναι:

(α) 249,75 (β) 255,3 (γ) 220 (δ) 290

12. Η μέση ταχύτητα των ανέμων σε ένα πλανήτη ακτίνας R που διαθέτει ατμόσφαιρα συνολικής μάζας M_a δίνεται από ένα περίπλοκο τύπο της μορφής:

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = a \sigma^{-1/16} q^{1/16} c_p^{-1/4} R^{1/2} \mu^{-1/2}$$

Το σ είναι η σταθερά των Stefan-Boltzmann, το q είναι η ανά μονάδα επιφάνειας ισχύς που απορροφά ο πλανήτης, το $c_p = C_p / M_a$ και το $\mu = M_a / 4\pi R^2$. Ο παραπάνω τύπος προκύπτει αν εξισώσει κανείς τη μέση κινητική ενέργεια της ατμόσφαιρας με:

(α) την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής του πλανήτη περί τον άξονά του.

(β) την εσωτερική ενέργεια της ατμόσφαιρας του πλανήτη

(γ) το γινόμενο της ηλιακής ισχύος που απορροφά ο πλανήτης επί το χρόνο που χρειάζεται ο ήχος για να μεταδοθεί κατά μήκος της ημπεριφέρειας του πλανήτη.

(δ) το γινόμενο της ηλιακής ισχύος που απορροφά ο πλανήτης επί τη χρονική ημιπερίοδο περιστροφής του πλανήτη περί τον άξονά του

13. Η επιτάχυνση της βαρύτητας σε απόσταση r από το κέντρο ενός πλανήτη ακτίνας R μάζας M και σταθερής πυκνότητας ρ ισούται με:

(α) $g(r) = GM r / R^3$

(β) $g(r) = GM / r$

(γ) $g(r) = GM R / r^3$

(δ) $g(r) = GM / r^2$

14. Η πίεση σε απόσταση r από το κέντρο ενός πλανήτη ακτίνας R , μάζας M , σταθερής πυκνότητας ρ και επιτάχυνσης βαρύτητας στην επιφάνειά του g ισούται με (αγνοήστε την ατμοσφαιρική πίεση):

(α) $P = 0,5g \rho r$

(β) $P = 0,5g \rho (R - r)$

(γ) $P = 0,5g \rho R$

(δ) $P = 0,5g \rho (R^2 - r^2) / R$

Προβλήματα

1. Το υπ'αρ. 1, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
2. Το υπ'αρ. 2, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
3. Το υπ'αρ. 3, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
4. Το υπ'αρ. 4, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
5. Το υπ'αρ. 5, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
6. Το υπ'αρ. 7, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
7. Το υπ'αρ. 8, σελ. 215 του βιβλίου ΚΣ
8. Το υπ'αρ. 9, σελ. 216 του βιβλίου ΚΣ
9. Το υπ'αρ. 10, σελ. 216 του βιβλίου ΚΣ
10. Το υπ'αρ. 11, σελ. 216 του βιβλίου ΚΣ
11. Το υπ'αρ. 12, σελ. 216 του βιβλίου ΚΣ