Από τα Κουάρκ μέχρι το Σύμπαν Πρόοδος 5/11/2013 B

1. Η ενέργεια ηρεμίας του μιονίου είναι (σε MeV):

   (α) 0,511 (β) 1838 $\boxed{\text{(γ) 106}}$ (δ) 206

2. Ο μέσος χρόνος ζωής (σε seconds) ενός νετρονίου στον πυρήνα του C-12 είναι:

   (α) 10^-23 $\boxed{\text{(β) άπειρος}}$ (γ) 10^-8 (δ) 890

3. Η αδιάστατη ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι:

   $\boxed{\text{(α) 5,9x10^-39}}$ (β) μηδέν (γ) 10^-18 (δ) 1/137

4. Ο μέσος χρόνος ζωής ενός πιονίου-μηδέν είναι μεγαλύτερος από αυτόν:

   α) ενός πιονίου + (β) ενός νετρονίου (γ) ενός πιονίου - $\boxed{\text{(δ) ενός Σ-μηδέν}}$

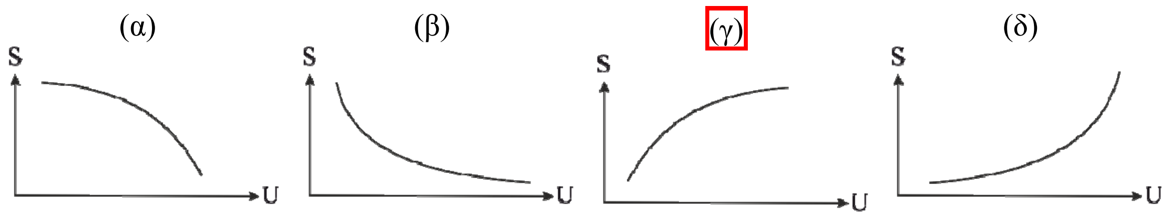
5. Η εμβέλεια της ασθενούς αλληλεπίδρασης είναι 10^-18 μέτρα. Άρα η ενέργεια ηρεμίας των διανυσματικών μποζονίων είναι περίπου (σε MeV) :

   $\boxed{\text{(α) 100000}}$ (β) 10000 (γ) 1000 (δ) 100

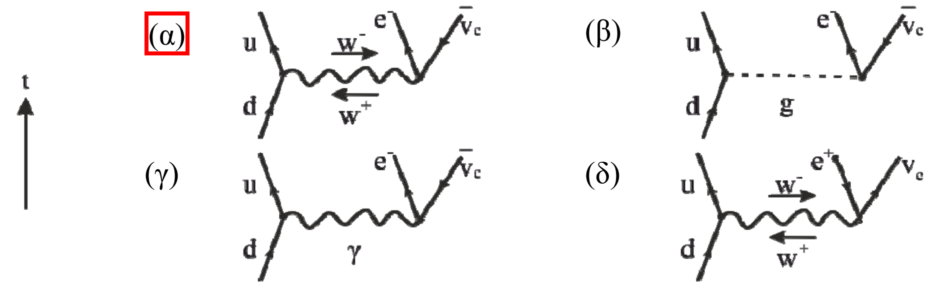
6. Σε ένα αρμονικό ταλαντωτή (με παραμέτρους κ, m), όπου Δx είναι η τυπική απόκλιση από τη θέση ισορροπίας για τη βασική κατάσταση, η ενεργειακή διαφορά της πρώτης διεγερμένης κατάστασης από τη βασική είναι:

   (α) $\frac{1}{2}\kappa(\Delta x)^2$ (β) $\frac{1}{2}(\hbar c/\Delta x)$ $\boxed{(\gamma)\ \frac{1}{2}(\hbar^2/m\Delta x^2)}$ (δ) $\frac{1}{2}(\hbar\sqrt{\kappa/m})$

7. Ποιο από τα παρακάτω σχηματικά γραφήματα αντιστοιχεί στη σωστή σχέση μεταξύ εσωτερικής ενέργειας *U* και εντροπίας *S*;



8. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα Feynman περιγράφει πραγματική διαδικασία;



9. Ποια είναι η σωστή εξάρτηση του *G* από τις *T*, *P*, *N*;

   (α) $G = N\varepsilon_0 f_5(P/N, T)$ (β) $G = N\varepsilon_0 f_6(P, T/N)$

   (γ) $G = N\varepsilon_0 f_7(P/N, T/N)$ $\boxed{(\delta)\ G = N\varepsilon_0 f_8(Pa^3/\varepsilon_0, k_B T/\varepsilon_0)}$

10. Θεωρήστε νερό σε θερμοκρασία 0,005°C και πίεση μιας ατμόσφαιρας. Μπορούμε να το παγώσουμε κρατώντας τη θερμοκρασία σταθερή, αν:

(α) αυξήσουμε την πίεση

(β) μειώσουμε την πίεση

(γ) διαλύσουμε αλάτι

(δ) διαλύσουμε ζάχαρη

11. Το επιδερμικό βάθος d (skin depth) ενός υψίσυχνου ΗΜ πεδίου σε ένα μέταλλο αγωγιμότητας σ, διηλεκτρικής συνάρτησης ε και διαπερατότητας μ ($\sigma \gg \omega\,\varepsilon$) δίνεται από τον τύπο (στο σύστημα SI):

(α) $d \sim c/\omega$

(β) $d \sim 1/\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$

(γ) $d \sim 1/\sqrt{\omega\sigma\mu}$

(δ) $d \sim \lambda$

12. Ο τύπος που δίνει την εντροπία S ενός συστήματος φωτονίων θερμοκρασίας T και όγκου V σε θερμοδυναμική ισορροπία είναι:

(α) $S = (4\pi^2/45)V\,k_B{}^4T^3/\hbar^3c^3$

(β) $S = k_B N/V$

(γ) $S = (4\pi^2/45)k_B{}^4T^3/\hbar^3c^3$

(δ) $S = 0$

13. Δίνεται ότι η κατανομή μέλανος σώματος ως προς τη συχνότητα ω είναι ανάλογη του $\omega^3/(e^{\beta\hbar\omega}-1)$. Το μέγιστο της κατανομής θα εμφανιστεί στη συχνότητα:

(α) $\omega_m = \sqrt{3}k_BT/\hbar$

(β) $\omega_m = 5{,}41k_BT/\hbar$

(γ) $\omega_m = 1{,}41k_BT/\hbar$

(δ) $\omega_m = 2{,}82k_BT/\hbar$

14. Η ακτινοβολία (ενέργεια ανά μονάδα χρόνου) ενός επιταχυνόμενου φορτισμένου σωματίου δίνεται από τον τύπο:

(α) $J = (2/3)q^2\upsilon^4/c^3$

(β) $J = (2/3)q^2a^4/c^3$

(γ) $J = (2/3)q^2a^2/c^3$

(δ) $J = m\,a\,c$

15. Η ενεργός διατομή ελαστικής σκέδασης φωτονίου χαμηλής συχνότητας από ουδέτερο άτομο ή μόριο πολωσιμότητας a_p είναι:

(α) $\sigma_s = (8\pi/3)(\omega^2a_p/c^2)$

(β) $\sigma_s = (8\pi/3)(\omega^2a_p/c^2)^2$

(γ) $\sigma_s = (8\pi/3)(\omega^7a_p{}^3/c^7)$

(δ) $\sigma_s = (8\pi/3)(a_p/\lambda)$

16. Η σχέση μεταξύ της διηλεκτρικής συνάρτησης ε ενός μετάλλου και της αγωγιμότητας του σ είναι (στο σύστημα G-CGS):

(α) $\varepsilon = 1 + 4\pi i\sigma$

(β) $\varepsilon = 1 + (4\pi i\sigma/\omega)$

(γ) $\varepsilon = 1 + (4\pi\sigma/\omega)$

(δ) $\varepsilon = 1 + 4\pi\sigma$

17. Η διηλεκτρική συνάρτηση ε ενός μετάλλου δίνεται από τον τύπο του Drude, που είναι:

(α) $\varepsilon = 1 - [\omega_p^2/(\omega^2 + i\,\omega\tau^{-1})]$

(β) $\varepsilon = 1 - [\omega_p/(\omega\ + i\,\tau^{-1})]$

(γ) $\varepsilon = 1 - [\omega_p^4/(\omega^4 + i\,\omega^3\tau^{-1})]$

(δ) $\varepsilon = 1 - [\omega_p/(\omega\ + i\,\tau^{-1})]^2$

18. Θεωρήστε ένα ουδέτερο άτομο με ατομικό αριθμό $Z \gg 1$. Εκτιμήστε την εξάρτηση από το Z της μέσης απόστασης a ενός ηλεκτρονίου από τον πυρήνα καθώς και αυτήν της συνολικής ενέργειας Ε του ατόμου (κβαντικής κινητικής ενέργειας όλων των ηλεκτρονίων και

συνολικής ενέργειας Coulomb). Η εμπειρική τιμή του a σε ατομικές μοναδες είναι $a \approx 0,424 Z^{-1/3}$ και του E είναι $E \approx -0,589 Z^{7/3} \approx -16 Z^{7/3}$ eV

19. Αναπτύξτε τη συνάρτηση $U = U(V,S)$ σε σειρά Taylor γύρω από το σημείο V_o, S_o που αντιστοιχεί στην ελάχιστη τιμή A_o του $A \equiv U + P_o V - T_o S$ μέχρι δεύτερο βαθμό ως προς τις ποσότητες $\delta V = V - V_o,\ \delta S = S - S_o$. Αφού πρόκειται για ανάπτυξη γύρω από το ελάχιστο θα πρέπει οι πρωτοβάθμιοι όροι να μηδενίζονται και το σύνολο των δευτεροβάθμιων όρων να είναι θετικά ορισμένο. Με βάση αυτήν την ανάπτυξη αποδείξτε τις σχέσεις $C_V > 0,\ C_p > C_V,\ (\partial \mathrm{P}/\partial \mathrm{V})_T < 0$. Προς διευκόλυνσή σας δίνονται οι γενικές θερμοδυναμικές σχέσεις $b_S = b_T C_P / C_V$, $b_j = (\partial P / \partial V)_j$, $j = S, T$, $C_P = C_V - T(\partial P / \partial T)_V^2 / b_T$

Λύση 18:

Η δυναμική ενέργεια για ένα λευκό νάνο είναι σχεδόν αποκλειστικά βαρυτική. Η βαρυτική αυτοενέργεια ενός σφαιρικού αντικειμένου μάζας M, ακτίνας R και ομοιόμορφης πυκνότητας είναι:

$$E_\Delta = -0,6 GM^2 / R, \quad M = N_\nu m_u \tag{1}$$

Η κινητική ενέργεια E_K σε ένα λευκό νάνο οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στην κβαντική κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που σε επαρκή προσέγγιση μπορούν να θεωρηθούν ως μη σχετικιστικά. Άρα:

$$E_K = 1,105 \hbar^2 N_e^{5/3} / m_e R^2 \tag{2}$$

Η ελαχιστοποίηση της ολικής ενέργειας συνεπάγεται στην παρούσα περίπτωση την ισότητα της κινητικής ενέργειας με το μισό της απόλυτης τιμής της δυναμικής ενέργειας

$$\frac{\partial E_{o\lambda}}{\partial R} = 0 \Rightarrow E_K = \frac{1}{2}\left| E_\Delta \right| \tag{3}$$

Από (1), (2) και (3) έπεται, λαμβάνοντας υπόψη ότι $N_e = N_p \approx N_n$ (για μικρούς πυρήνες έχουμε ότι $N_p \approx N_n$) και επομένως $N_\nu = N_p + N_n \approx 2N_e$:

$R = \dfrac{1,105}{1,2} \dfrac{\hbar^2}{G m_u^2 N_e^{1/3}}$ ή σε ατομικές μονάδες

$$R = 0,92 \frac{2^{1/3}}{2,4 \times 10^{-43} 10^{19} \times 1822,88^2} = 1,45 \times 10^{17}\ \alpha.\mu = 0,769 \times 10^7\,\mathrm{m}$$

ή

$$R_{\delta\iota o\rho\theta.} = 1,225 R = 9,42 \times 10^6\,\mathrm{m}$$

Λύση 19:

Η διαθεσιμότητα στην ισορροπία είναι $A_0 \equiv U(V_0,S_0)+P_0V_0-T_0S_0$. Ορίζοντας $\delta V \equiv V-V_0$ και $\delta S \equiv S-S_0$ και αναπτύσσοντας την διαθεσιμότητα $A \equiv U(V,S)+P_0V-T_0S$ μέχρι 2^{η} τάξη ως προς δV και δS έχομε: $A = A_0 + (\partial U/\partial V)_{\mathrm{S}}\delta V \ \ +P_0\delta V + (\partial U/\partial S)_{\mathrm{V}}\delta S$ $-T_0\delta S + \frac{1}{2}(\partial^2 U/\partial V^2)_{\mathrm{S}}\delta V^2 + \ \ +\frac{1}{2}(\partial^2 U/\partial S^2)_{\mathrm{V}}\delta S^2 \ \ +(\partial^2 U/\partial S\partial V)\delta V\delta S \ \ = A_0 + (-P+P_0)\delta V$ $+(T-T_0)\delta S \ \ -\frac{1}{2}(\partial P/\partial V)_{\mathrm{S}}\delta V^2 \ \ +\frac{1}{2}(\partial T/\partial S)_{\mathrm{V}}\delta S^2 \ \ +(\partial T/\partial V)_{\mathrm{S}}\delta V\delta S$. Η διαθεσιμότητα στην ισορροπία, παίρνει την ελάχιστη τιμή. Επομένως, αφού η ανάπτυξη είναι γύρω από το ελάχιστο, οι 1^{ης} τάξεως όροι πρέπει να μηδενίζονται που σημαίνει ότι η πίεση ισούται με την πίεση του περιβάλλοντος, $P=P_0$, και η θερμοκρασία ισούται με την θερμοκρασία του περιβάλλοντος, $T=T_0$, και οι επόμενοι όροι πρέπει να είναι θετικά ορισμένοι που σημαίνει ότι $-(\partial P/\partial V)_{\mathrm{S}}>0$ (που προκύπτει θεωρώντας ότι $\delta S=0$) και $(\partial T/\partial S)_{\mathrm{V}}>0$ (που προκύπτει θεωρώντας ότι $\delta V=0$). Λαμβάνοντας υπόψη ότι $(\partial T/\partial S)_{\mathrm{V}}/T \equiv 1/C_{\mathrm{V}}$ έπεται ότι η ειδική θερμότητα C_{V} είναι θετικά ορισμένη. Από τις σχέσεις της εκφώνησης και την $-(\partial P/\partial V)_{\mathrm{S}}>0$ προκύπτει ότι $C_{\mathrm{P}} = C_{\mathrm{V}}/(1-|\mathrm{a}|)$ που σημαίνει ότι $C_{\mathrm{P}} > C_{\mathrm{V}}$ θεωρώντας ότι $|\mathrm{a}|<1$.