

Διηλεκτρική συνάρτηση (επιδεκτικότητα, δείκτης διάθλασης)

Η παρουσία ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου $\mathbf{E}(\mathbf{r}), \mathbf{B}(\mathbf{r})$ συχνότητας ω εντός ενός υλικού επάγει μια ηλεκτρική και μια μαγνητική διπολική ροπή:

$$\Delta\mathbf{p}(\mathbf{r}) \equiv \int_{\Delta V(\mathbf{r})} \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad d\mathbf{r}' \equiv d^D r', \quad D=1, 2, 3$$

$$\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{2c} \int_{\Delta V(\mathbf{r})} \mathbf{r}' \times \mathbf{v}(\mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{G-CGS, στο SI θέσε } c=1).$$

Ο όγκος $\Delta V(\mathbf{r})$ γύρω από τη θέση \mathbf{r} όπου περιορίζεται η ολοκλήρωση είναι πολύ μεγαλύτερος από τον όγκο ανά άτομο, αλλά εντούτοις πολύ μικρότερος του όγκου του στερεού. Από τις παραπάνω διπολικές ροπές ορίζουμε την **πόλωση**

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\Delta\mathbf{p}(\mathbf{r})}{\Delta V}, \quad (1.1)$$

και τη **μαγνήτιση**

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r})}{\Delta V} \quad (1.2)$$

και στη συνέχεια δύο νέα βοηθητικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) \equiv \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r}), \quad \text{SI}, \quad \mathbf{D}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r}) + 4\pi \mathbf{P}(\mathbf{r}), \quad \text{G-CGS}, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{M}(\mathbf{r}), \quad \text{SI}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{B}(\mathbf{r}) - 4\pi \mathbf{M}(\mathbf{r}), \quad \text{G-CGS}. \quad (1.4)$$

Τα $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ και $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ είναι συνήθως ανάλογα (υπό προϋποθέσεις) των αντιστοιχών πεδίων

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad \text{SI} \quad \text{ή} \quad \mathbf{P}(\mathbf{r}) = \chi_e \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad \text{G-CGS}, \quad \chi_{e,SI} = 4\pi \chi_{e,G-CGS}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \chi_m \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad \text{SI, G-CGS}, \quad \chi_{m,SI} = 4\pi \chi_{m,G-CGS}. \quad (1.6)$$

Οι αδιάστατες ποσότητες χ_e, χ_m , ονομάζονται **ηλεκτρική** και **μαγνητική επιδεκτικότητα** (susceptibility) αντιστοίχως. Οι επιδεκτικότητες εξαρτώνται από τη συχνότητα των ΗΜ πεδίων και από άλλες παραμέτρους. Η ηλεκτρική επιδεκτικότητα μονωτών ή ημιαγωγών για $\omega=0$ είναι πάντα θετική και μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μονάδα ανάλογα το υλικό. Η μαγνητική επιδεκτικότητα για $\omega=0$ είναι συνήθως πολύ μικρότερη της μονάδας σε απόλυτη τιμή· σε άλλα στερεά (που ονομάζονται **παραμαγνητικά**) είναι θετική και σε άλλα στερεά (που ονομάζονται **διαμαγνητικά**) είναι αρνητική. Όμως υπάρχουν και τα λεγόμενα **μαγνητικά στερεά** που θα εξετάσουμε στο κεφ. 12. Λόγω της γραμμικότητας των παραπάνω σχέσεων (1.20) και (1.21) έπονται και οι εξής γραμμικές σχέσεις:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) \equiv \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad \epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \quad \text{SI}, \quad \epsilon = 1 + 4\pi \chi_e \quad \text{G-CGS}, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad \mu = \mu_0 (1 + \chi_m) \quad \text{SI}, \quad \mu = 1 + 4\pi \chi_m \quad \text{G-CGS}. \quad (1.8)$$

Οι ποσότητες ϵ και μ ονομάζονται αντίστοιχα **επιτρεπτότητα** και **διαπερατότητα** (permittivity and permeability αντιστοίχως). Σημειώστε ότι ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις για την αδιάστατη ποσότητα που ονομάζεται **διηλεκτρική συνάρτηση**

$$(\epsilon / \epsilon_0)_{SI} = (1 + \chi_e)_{SI} = \epsilon_{G-CGS} = (1 + 4\pi \chi_{e,G-CGS}). \quad (1.9)$$

Η διηλεκτρική συνάρτηση είναι εξαιρετικά μεγάλης σημασίας και για άλλους λόγους αλλά και γιατί συνδέεται με την **αγωγιμότητα** $\sigma(\omega)$ με την εξής σχέση (που συνεπάγεται ότι $\epsilon(\omega) \rightarrow \infty$ για $\omega \rightarrow 0$, αν $\sigma(\omega=0) \neq 0$):

$$\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0} = 1 + \frac{i\sigma(\omega)}{\epsilon_0\omega} \quad \text{SI}, \quad \epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi i\sigma(\omega)}{\omega} \quad \text{G-CGS}. \quad (1.10)$$

Ο παραπάνω τύπος προκύπτει από τον ορισμό της αγωγιμότητας $\sigma \equiv \mathbf{j}/\mathbf{E}$ και από τη σχέση $\mathbf{j} = \partial\mathbf{P}/\partial t = -i\omega\mathbf{P}$, που συνδέει την πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος \mathbf{j} , με τη χρονική παράγωγο της πόλωσης. Παρατηρήστε ότι η παρουσία της μιγαδικής μονάδας στην παραπάνω σχέση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όλες οι ποσότητες $\chi_e(\omega)$, $\chi_m(\omega)$, $\mu(\omega)$, $\sigma(\omega)$, $\epsilon(\omega)$, που περιγράφουν την γραμμική απόκριση του στερεού σε εξωτερικά μεταβαλλόμενα ΗΜ πεδία, είναι εν γένει μιγαδικές ποσότητες για $\omega \neq 0$. Από φυσική άποψη αυτό σημαίνει ότι η απόκριση του υλικού στα μεταβαλλόμενα ΗΜ πεδία εμφανίζει μια καθυστέρηση φάσεως, όπως θα δούμε αργότερα. Σημειώνουμε τέλος ότι ο **δείκτης διάθλασης**, $n(\omega)$, είναι μια αδιάστατη ποσότητα που ισούται με τη τετραγωνική ρίζα του γινομένου της διηλεκτρικής συνάρτησης επί την αδιάστατη διαπερατότητα

$$n(\omega) \equiv \sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)} \approx \sqrt{\epsilon(\omega)}. \quad (1.11)$$