**Διηλεκτρική συνάρτηση (επιδεκτικότητα, δείκτης διάθλασης)**

Η παρουσία ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου $\mathbf{E}(\mathbf{r}), \mathbf{B}(\mathbf{r})$ συχνότητας $\omega$ εντός ενός υλικού επάγει μια ηλεκτρική και μια μαγνητική διπολική ροπή:

$$\Delta\mathbf{p}(\mathbf{r}) \equiv \int_{\Delta V(\mathbf{r})} \mathbf{r}'\rho(\mathbf{r}')\mathrm{d}\mathbf{r}', \quad \mathrm{d}\mathbf{r}' \equiv d^D r', \quad D = 1, 2, 3$$

$$\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{2c}\int_{\Delta V(\mathbf{r})} \mathbf{r}' \times \boldsymbol{\upsilon}(\mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}')\mathrm{d}\mathbf{r}' \quad \text{(G-CGS, στο SI θέσε } c\text{=1).}$$

Ο όγκος $\Delta V(\mathbf{r})$ γύρω από τη θέση $\mathbf{r}$ όπου περιορίζεται η ολοκλήρωση είναι πολύ μεγαλύτερος από τον όγκο ανά άτομο, αλλά εντούτοις πολύ μικρότερος του όγκου του στερεού. Από τις παραπάνω διπολικές ροπές ορίζουμε την ***πόλωση***

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\Delta\mathbf{p}(\mathbf{r})}{\Delta V}, \tag{1.1}$$

και τη ***μαγνήτιση***

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r})}{\Delta V} \tag{1.2}$$

και στη συνέχεια δύο νέα βοηθητικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) \equiv \varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r}), \ \text{SI}, \quad \mathbf{D}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r}) + 4\pi\mathbf{P}(\mathbf{r}), \ \text{G-CGS}, \tag{1.3}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{M}(\mathbf{r}), \ \text{SI}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{B}(\mathbf{r}) - 4\pi\mathbf{M}(\mathbf{r}), \ \text{G-CGS}. \tag{1.4}$$

Τα $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ και $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ είναι συνήθως ανάλογα (υπό προϋποθέσεις) των αντιστοίχων πεδίων

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0\chi_e\mathbf{E}(\mathbf{r}), \ \text{SI ή } \mathbf{P}(\mathbf{r}) = \chi_e\mathbf{E}(\mathbf{r}), \ \text{G-CGS}, \ \chi_{e,SI} = 4\pi\chi_{e,G-CGS}, \tag{1.5}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \chi_m\mathbf{H}(\mathbf{r}) \ \text{SI, G-CGS}, \ \chi_{m,SI} = 4\pi\chi_{\mathrm{m},G-CGS}. \tag{1.6}$$

Οι αδιάστατες ποσότητες $\chi_e, \chi_m$, ονομάζονται ***ηλεκτρική*** και ***μαγνητική επιδεκτικότητα*** **(**susceptibility) αντιστοίχως. Οι επιδεκτικότητες εξαρτώνται από τη συχνότητα των ΗΜ πεδίων και από άλλες παραμέτρους. Η ηλεκτρική επιδεκτικότητα μονωτών ή ημιαγωγών για $\omega$=0 είναι πάντα θετική και μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μονάδα ανάλογα το υλικό. Η μαγνητική επιδεκτικότητα για $\omega$=0 είναι συνήθως πολύ μικρότερη της μονάδας σε απόλυτη τιμή· σε άλλα στερεά (που ονομάζονται ***παραμαγνητικά***) είναι θετική και σε άλλα στερεά (που ονομάζονται ***διαμαγνητικά***) είναι αρνητική. Όμως υπάρχουν και τα λεγόμενα *μαγνητικά στερεά* που θα εξετάσουμε στο κεφ. 12. Λόγω της γραμμικότητας των παραπάνω σχέσεων (1.20) και (1.21) έπονται και οι εξής γραμμικές σχέσεις:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) \equiv \epsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad \epsilon = \epsilon_0(1+\chi_e) \ \text{SI}, \quad \epsilon = 1 + 4\pi\,\chi_e \ \text{G-CGS}, \tag{1.7}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad \mu = \mu_0(1+\chi_m) \ \text{SI}, \quad \mu = 1 + 4\pi\chi_m \ \text{G-CGS}. \tag{1.8}$$

Οι ποσότητες $\epsilon$ και $\mu$ ονομάζονται αντίστοιχα ***επιτρεπτότητα*** και ***διαπερατότητα*** (permittivity and permeability αντιστοίχως). Σημειώστε ότι ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις για την αδιάστατη ποσότητα που ονομάζεται ***διηλεκτρική συνάρτηση***

$$(\epsilon/\epsilon_0)_{SI} = (1+\chi_e)_{SI} = \epsilon_{G-CGS} = (1+4\pi\chi_{e,G-CGS}). \tag{1.9}$$

Η διηλεκτρική συνάρτηση είναι εξαιρετικά μεγάλης σημασίας και για άλλους λόγους αλλά και γιατί συνδέεται με την **αγωγιμότητα** $\sigma(\omega)$ με την εξής σχέση (που συνεπάγεται ότι $\epsilon(\omega) \to \infty \; \gamma\iota\alpha \; \omega \to 0$, αν $\sigma(\omega = 0) \neq 0$):

$$\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0} = 1 + \frac{i\,\sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega} \;\; \text{SI}, \quad \epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi i\,\sigma(\omega)}{\omega} \;\; \text{G-CGS}. \qquad (1.10)$$

Ο παραπάνω τύπος προκύπτει από τον ορισμό της αγωγιμότητας $\sigma \equiv \mathbf{j} / \mathbf{E}$ και από τη σχέση $\mathbf{j} = \partial \mathbf{P} / \partial t = -i\,\omega \mathbf{P}$, που συνδέει την πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος $\mathbf{j}$, με τη χρονική παράγωγο της πόλωσης. Παρατηρήστε ότι η παρουσία της μιγαδικής μονάδας στην παραπάνω σχέση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όλες οι ποσότητες $\chi_e(\omega)$, $\chi_m(\omega)$, $\mu(\omega)$, $\sigma(\omega)$, $\epsilon(\omega)$, που περιγράφουν την γραμμική απόκριση του στερεού σε εξωτερικά μεταβαλλόμενα ΗΜ πεδία, είναι εν γένει μιγαδικές ποσότητες για $\omega \neq 0$. Από φυσική άποψη αυτό σημαίνει ότι η απόκριση του υλικού στα μεταβαλλόμενα ΗΜ πεδία εμφανίζει μια καθυστέρηση φάσεως, όπως θα δούμε αργότερα. Σημειώνουμε τέλος ότι *ο **δείκτης διάθλασης***, $n(\omega)$, είναι μια αδιάστατη ποσότητα που ισούται με τη τετραγωνική ρίζα του γινομένου της διηλεκτρικής συνάρτησης επί την αδιάστατη διαπερατότητα

$$n(\omega) \equiv \sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)} \approx \sqrt{\epsilon(\omega)}\,. \qquad (1.11)$$