

Φ403: Από τα Κουάρκ μέχρι το Σύμπαν

Ανακοίνωση 7: 28^η Οκτωβρίου 2013

Διευκρίνιση: Σε αυτό το μάθημα και στο βιβλίο του μαθήματος χρησιμοποιείται κυρίως το λεγόμενο σύστημα G-CGS, το οποίο χαρακτηρίζεται από το ότι η σταθερά κ στην ενέργεια Coulomb, kq_1q_2/r , επιλέγεται ως καθαρός αριθμός ίσος με μονάδα, οπότε το τετράγωνο q^2 του κάθε φορτίου εκφράζεται μέσω των τριών ανεξάρτητων βασικών ποσοτήτων, μήκος, χρόνος, μάζα (l, t, m) με διαστάσεις [ενέργεια×μήκος] $= [ml^3/t^2]$. Ενίοτε χρησιμοποιείται και το σύστημα SI, γνωστό επίσης ως MKSA, όπου το φορτίο q (ή το ρεύμα $I = q/t$) επιλέγεται ως μία ακόμη ανεξάρτητη βασική ποσότητα και τότε η ποσότητα κ δεν είναι καθαρός αριθμός, αλλά έχει φυσικές διαστάσεις και γράφεται ως $\kappa \equiv 1/4\pi\epsilon$, όπου το ϵ είναι η λεγόμενη διηλεκτρική συνάρτηση με φυσικές διαστάσεις $[q^2t^2/ml^3]$. Για το κενό το ϵ είναι μια παγκόσμια σταθερά που συμβολίζεται ως ϵ_0 και ισούται με $8,8542 \times 10^{-12} C^2s^2/kgm^3$. Το σύστημα SI εισάγει μια ακόμη παγκόσμια σταθερά που συμβολίζεται ως μ_0 και ικανοποιεί τη σχέση

$$\mu_0 = \epsilon_0^{-1}c^{-2} = 4\pi \times 10^{-7} kgm/C^2 \quad (1)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Το σύστημα G-CGS έχει το προσόν ότι περιέχει μόνο μια φυσική σταθερά, την οικεία ταχύτητα του φωτός στο κενό, (βλ. σελ. 288) και είναι ως εκ τούτου απλούστερο και πιο διαφανές από φυσικής απόψεως έναντι του SI και γ'αυτό προτιμάται σε συγγράμματα φυσικής. Το σύστημα SI έχει το μεγάλο προσόν έναντι του G-CGS ότι οι μονάδες του (Ampere, Ohm, Coulomb, κλπ) είναι πολύ πιο οικείες και γ'αυτό προτιμάται από τους μηχανικούς. Στη σελίδα 293 του βιβλίου υπάρχει ο Πιν. II.IV.1, ο οποίος εξηγεί πώς να μετατρέψετε τύπους από το ένα σύστημα στο άλλο. Π.χ. η αυτεπαγωγή στο SI αντιστοιχεί στην αυτεπαγωγή διηρημένη με c^2 στο G-CGS. Το σημαντικό μειονέκτημα των μη οικείων μονάδων στο G-CGS παρακάμπτεται σε κάποιο βαθμό αν κανείς εξοικειωθεί με το ατομικό σύστημα μονάδων που θέτει ως μονάδα ηλεκτρικού φορτίου το φορτίο του πρωτονίου, ως μονάδα δράσης (δράση=ενέργεια × χρόνο) το h και ως μονάδα μάζας τη μάζα του ηλεκτρονίου. Οι μονάδες άλλων φυσικών ποσοτήτων (π.χ. μήκους, χρόνου, ενέργειας, πίεσης, κλπ) στο ατομικό σύστημα δίνονται στον Πιν. 2 στο εσώφυλλο του βιβλίου. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι φυσικές διαστάσεις ορισμένων ηλεκτρομαγνητικών ποσοτήτων στα συστήματα G-CGS και SI προκειμένου να διευκολυνθεί η διαστατική ανάλυση:

	Χωρητικότητα	Αυτεπαγωγή	Ηλεκτρική Αντίσταση	Ειδική Ηλεκτρική Αντίσταση	Αγωγιμότητα
G-CGS	μήκος	μήκος	χρόνος/μήκος	χρόνος	1/χρόνος
SI	μήκος × ϵ_0	μήκος × μ_0	$[ml^2/q^2t]$	$[ml^3/q^2t]$	$[q^2t/ml^3] = [\epsilon_0/t]$

Σημειώνεται ότι η διηλεκτρική συνάρτηση και η αγωγιμότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + (i\sigma / \omega) \text{ SI} \quad \text{ή} \quad \varepsilon_{\text{G-CGS}} = 1 + (i4\pi\sigma / \omega) = \varepsilon_{\text{SI}} / \varepsilon_0 \quad \text{G-CGS} \quad (2)$$

Τέλος επισημαίνω ότι η ατομική μονάδα ηλεκτρικής αντίστασης R_a είναι:

$$R_a = \hbar / e^2 = 4108,2\Omega, \quad \text{κα} \quad R_H = h / e^2 = 2\pi R_a = 25813\Omega, \quad R_0 = 4\pi\alpha R_a = 376,73\Omega \quad (3)$$

όπου R_H είναι η κβαντική αντίσταση Hall, $R_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ είναι η «αντίσταση» του κενού και $\alpha = v/c = 1/137$ είναι η σταθερά λεπτής υφής. Η μονάδα ατομικής ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης είναι $\rho_a = \hbar a_B / e^2 = 21,74\mu\Omega \cdot \text{cm}$.

Μελέτη: Εξοικειωθείτε με τη μέθοδο της διαστατικής ανάλυσης που σας επιτρέπει να εξάγετε σχέσεις που αλλιώς θα απαιτούσαν πολύ προχωρημένες γνώσεις και δεξιότητες. Μελετήστε προσεκτικά τις σελίδες 61-63, 64-67, 71-77. Η διαστατική ανάλυση είναι ακόμη πιο χρήσιμη σε όσους δεν είναι γνώστες προχωρημένων θεμάτων σύγχρονης φυσικής, γιατί σε πολλές περιπτώσεις τους επιτρέπει να τα παρακάμψουν και να φτάσουν στο αποτέλεσμα «κόβοντας δρόμο». Όποιος μελετήσει τη μέθοδο και εξασκηθεί με κάποια παραδείγματα θα διαπιστώσει και μόνος του τη σχεδόν «μαγική» αποτελεσματικότητα της διαστατικής ανάλυσης.

Ασκήσεις: Από το κεφάλαιο 4 προσπαθήστε να λύσετε τις ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 8.

Πρόσθετη άσκηση: Σύμφωνα με τον κβαντικό μηχανισμό που προτάθηκε από τον Hawking, μία μαύρη τρύπα εκπέμπει φωτόνια από την περιοχή εκτός και πλησίον του λεγόμενου ορίζοντα των γεγονότων. Η εκπομπή αυτή ακολουθεί τους νόμους της εκπομπής από μέλαν σώμα και επομένως χαρακτηρίζεται από μια θερμοκρασία. Με διαστατική ανάλυση προσδιορίστε αυτή τη θερμοκρασία έχοντας υπόψη ότι το όλο φαινόμενο οφείλεται στο ακραία ισχυρό βαρυτικό πεδίο της μαύρης τρύπας σε συνδυασμό με τον κβαντικό χαρακτήρα της Φύσης. Στη συνέχεια έχοντας τη θερμοκρασία βρήτε την εντροπία της μαύρης τρύπας και συνδέστε την με την ακτίνα $r_S = 2GM / c^2$ του ορίζοντα των γεγονότων της μαύρης τρύπας. (Στη σχέση για τη θερμοκρασία η αριθμητική σταθερά είναι $1/8\pi$).

Λευτέρης Οικονόμου